

欽定四庫全書

子部

益古演段卷上甲

詳校官欽天監天文生臣賈德稱

臺臺郎臣倪廷梅覆勘

修錄監生臣許蘭

貢生臣韋官統

欽定四庫全書

子部六

提要

益古演段三卷

天文算法類二

算書之屬

臣等謹案益古演段三卷元李冶撰據至元

壬午硯堅序稱冶測圓海鏡既已刻梓其親

舊省掾李師微復命其弟師珪請冶是編刊

行是書在測圓海鏡之後矣其曰益古演段

者蓋當時某氏真書

常治序但稱近世有某是治已不知作者名氏

以方圓周徑冪積和較相求定為諸法名益
古集治以為其蘊猶匿而未發因為之移補
條目釐定圖式演為六十四題以闡明奧義
故踵其原名其中有草有條段有圖有義草
即古立天元一法條段即方田少廣等法圖
則繪其加減開方之理義則隨圖解之蓋測
圖海鏡以立天元一法為根此書即設為問
答為初學明是法之意也所列諸法文皆淺

顯蓋此法雖為諸法之根然神明變化不可
端倪學者驟欲通之茫無門徑之可入惟因
方圓累積以明之其理猶屬易見故治于方
圓相求各題下皆以此法步之為草俾學者
得以易入自序稱今之為算者未必有劉李
之工而褊心躅見不肯曉然示人惟務隱互
錯糅故為溟濛黯黯惟恐學者得窺其彷彿
云云可以見其著書之旨矣至其條段圖義

觸類雜陳則又以必習于諸法而後可以通此法故取以互相發也其書世無傳本顧應祥唐順之等見測圓海鏡而不解立天元一法遂謂祕其機以為奇則明之中葉業已散佚今檢永樂大典尚載有全編特錄存之俾復見于世以為美家之圭臬永樂大典所載不分卷數硯堅序稱三卷今約畧篇頁仍釐為三卷其傳寫訛謬者各以本法推之咸為

校正馬乾隆四十六年七月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費擘

益古演段序

算數之學其來尚矣率自九章支分派委劉徽李淳風
又為之註後之學者咸祖其法敬齋先生天資明敏世
間書凡所經見靡不洞究至於簿物細故亦不遺焉近
代有移補方圖自成一家號益古集者大小七十問按古

中六十先生一寓目見其用心之勤惜其秘而未盡剖

露縉圖式釋條段可移則移之可補則補之祥按祥字有脫誤

慮作說非若冥淖黥黥之不可晚析之明非若淺近猶

俗之無足觀釐為三卷目曰益古演段頗曉十百披而
覽之辟如登坦途前無滯礙旁蹊曲徑自可縱橫而適
嘉惠後來為視隱互雖難惟恐人窺其彷彿者相去大
有逕庭矣先生又盡摭已見輯為測圖海鏡一編二百

問

按今本一百七十問

同出一原緻密悉備而不繁參考互見

真學者之指南也海鏡既命工刻梓省挾李師徵其親
舊也囑弟師珪請是編刊而行之將與眾共推善及人
良可尚也已數學在六藝為末求之人最為切要邇來

精其能者殊鮮自非先生學有餘力誠能披剔軒輳隸
首之奧有不暇矣雖然是特大意之一齋耳若夫先生
胸中渾涵停蓄測之愈深挹之不窮時發於翰墨昭不
可掩者則大全集在當湖此出願肅祗以觀至元壬午
仲秋二十六日鄭域硯堅序

自序

術數雖居六藝之末而施之人事則最為切務故古之博雅君子馬鄭之流未有不研精於此者也其撰著成書者無慮百家然皆以九章為祖而劉徽李淳風又加註釋而此道益明今之為算者未必有劉李之工而槩心跡見不肯曉然示人惟務隱互錯揉故為溟滓黯黷惟恐學者得闕其彷彿也不然則又以淺近狃俗無足觀者致使軒轅棘首之術三五錯綜之妙盡墮於市井

沾沾之兒及夫荒村下里蚩蚩之民殊可憫悼近世有
某者以方圓移補成編號益古集真可與劉李相頡頏
予猶恨其閉匿而不盡發遂再為移補條段細繙圖式
使粗知十百者便得入室啗其文顧不快哉客有訂愚
曰子所述果能盡軒隸之秘乎愚應之曰吾所述雖不
敢追配作者誠令後生輩優而柔之則安知軒隸之秘
不於是乎始客退因書以為自序時大元己未夏六月
二十有四日樂城李治序

欽定四庫全書

蓋古演段卷上

元 李冶 撰

第一問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝七分半並不記內圓外方只云從外田楞至內池楞四邊各二十步問內圓外方各多少

答曰外田方六十步 內池徑二十步

法曰立天元一為內池徑加倍至步得數

按太師
真數此

田方六十步



即四十步併一池徑為田方面按方面即每邊以

自增乘得按此即一千六百步八十

池徑一平方併為方積於頭再立天元

一為內池徑以自之又三因四

而一得味。○按此即百分平方之七十存步與池之位為池積以

減頭位得按此即一千六百步八為一段虛

積寄左然後列直積以畝法按畝法二百四十步通之得三千

三百步與左相消按相消者兩邊同減一千六百步後凡言相消者皆兩邊加減一數也

得和

三

此即一千七百步與八
十池徑二分半平方等

開平方得二十

步為圓池徑也倍至步加池徑即外方面也

按今借根方法即立天元一法詳見

御製數理精蘊茲不盡釋

以條段求之真積內減四段至步畧為實四之至步

為從二分半常法

義曰真積內減四段至步畧者是減去四隅也以二

分半為常法者是於一步之內占却七分半外有二



分半也

第二問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝七

分半並不記徑面只云從外田南榜通內池北榜四

十步間內圓外方各多少

答曰同前



法曰立天元為池徑減倍通步

得_三一按此即八十步少一圓徑為田方面

以自增乘得_三一按此即六千四百步

少一百六十徑多一平方為方田積於頭又

以天元池徑自之三因四而一得_三一按此即百

七十為池積以減頭位得_三一按此即六千四百

多二分半平方為一段虛積寄左然後列真積三千三百步

與互相消得

按此即三千一百步與一百開

平方得二十步即內池徑也倍通步內減池徑為方

面也

依條段求之倍通步自乘於頭位以田積減頭位餘為實四之通步為從二分半虛常法

義曰倍通步者是於方面之外引出一圓也用二分半虛常法者是一箇虛方內却有減餘圓池補了七分半外欠二分半故以之為虛隅也

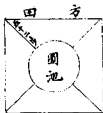


第三問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一萬一千三百二十八步只云從外田角斜至內池楞各五十二

步問面積外方各多少

答曰外田方一百二十步 內池徑六十四步



法曰立天元一為內池徑加倍

至步得圓一為方斜以自增乘

得圓一為方斜累於頭具方斜上

本合身外減四今不及減便是寄一步四分為分母也今此方斜累乃

是雙斜為方面以自乘之數又別得是展起之數也又立天元為池徑自之又

三因四而一為池積今為方田積既以展起則此池

積亦須展起故又用一步九分六釐乘之得一步四

分七釐亦為一箇展起底圓池積也

以一步九分六釐乘之者蓋為

分母十四以自之得一步九分六釐也

以池積減田積餘卅卅卅為一

段虛積寄左然後列真積一萬一千三百二十八步

亦用分母累一步九分六釐乘之

或內皮不加四亦同

得二萬

二千二百〇二步八分八釐與左相消得

卅卅卅平

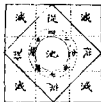
方開之得六十四步為內池徑也倍至步加池徑身

外除四見方面也 一法求所展池積以徑自之了

更不須三因四除及以一步九分六釐求之只於徑
罫上以一步四分七釐按此即三因四除一
步九分六釐之數乘之使
為所求之池積也

依條段求之展積內減四段至步罫餘為實四之至
步為從四分七釐益隅

義曰凡言展積者是於正積上以一步九分六釐乘
起之數元法本是方面上寄一步四分分母自乘過
於每步上得一步九分六釐故今命之為展起之數



也諸變斜為方者皆準此所展
 之池積是於一步圓積上展出
 九分六釐若以池徑上取斜為
 外圓徑則一步上止生得四分
 七釐也故以四分七釐為虛常法又取方冪一步九
 分六釐四分之三亦得圓積一步四分七釐也

按法內皆以徑一周三方五斜七為率故各面積
 分數與密率不合蓋此書專為明理而作密率數

繁碍於講解故用古率以從簡且其法既明即用
密率亦無不可

第四問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一萬一千三百二十八步只云從外田角斜通池徑得一百一十六步問面徑外方各多少

答曰外田方一百二十步 內池徑六十四步

法曰立天元一為圓徑減倍通步得下一為方斜



以自之得 田積減上田積餘得 一便為所展方

田積於上再立天元一為池徑

以自之又以一步四分七釐乘

之得 田積減上田積餘得 便為所展圓池

積也以池積減上田積餘得 田積減上田積餘得 為一段如積寄

左然後列真積如法展之得二萬二千二百〇二步

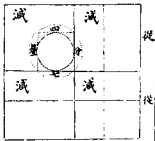
八分八釐與左相消得 田積減上田積餘得 平方開之得六十四

步為內池徑也以池徑減倍通步即是方田斜身外

除四為方面也

以條段求之四段通步罽內減展積為實四之通步

為從四分七釐常法



義曰四之通步為從其減

積外實欠一箇方今即有展

池減時所剩之積補却一

箇虛方外插剩一箇四分

七釐為常法也

第五問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝二分只云內圓周不及外方周一百六十八步問方圓各多少

答曰外方周二百四十步 內圓周七十二步

法曰立天元一為內圓周加一百六十八步得_出一

為外方周以自增來得_出一為一十六箇方田積

又三因之得_出三為四十八段方田積於頭_{所以}三因

四方六十步



池徑二十四步

為四十八者就為再立天元圖

周以自之既一為十二段圓池

積國周軍為九箇圓徑軍每三箇國徑軍為四箇圓池積今九

二箇圓徑軍共為十又就分四之

得既_三為四十八箇圓池積以減頭位得_三一為

四十八段如積寄左然後列真積一十三敵二分以

敵法通之得三千一百六十八步又就分母四十八

之得一十五萬二千〇六十四步與寄左相消得_三

一〇〇一平方開之得七十二步為內圓周也三而一為

池徑

依條段求之四十八段田積內減三段不及步畧為
實六之不及為從一虛偶

從	減
	席
	減
從	席
	減
	席
從	減
	席
	減
	席



義曰每一箇方周方為十六段方田積今三之為四

十八段方田積也內除了三箇圓周畧外於見積上
虛了一箇圓周畧也今求圓周故以一步為虛隅法
舊術曰以十六乘田積為頭位以合方以不及步自
乘減頭位餘三之為實六之不及步為從法庶常以
一步為減從法

第六問

今有方田一段內有圓池水占之外計地二千六百七
十三步只云內圓周與外方面數等問各多少

答曰外方面內圓周各五十四步



法曰立天元一為方面便是圓周以

自之得元一便為十二段池積

也再立天元方面以自之又十

二之得元一為十二段方田積

也二數相減餘元一為十二段如積寄左然後列真

積就分母十二之得與左相消得元一平方開之

得五十四步為方面亦為圓周徑也

依條段求之十二之真積為實無從一十一一步常法



義曰一箇方田積便是一箇圓周積也一箇圓周積便是十二箇圓池積今將一十二箇圓池積減於十

二箇方田積通有十一段方田積也

舊術曰以十二乘田如十一而一所得開方除之合

前問也

又法立天元一為等數以自之為外田積又就分母
九之得〇三為九箇方田積於頭又立天元等數以
自之為十二箇圓池積也三之四而一得〇三為九
箇圓池以減頭位得〇三為九段如積寄左然後列
真積就分九之得二萬四千〇五十七步與左相消
得〇三平方開得五十四步為等數也

依條段求之九之積為實無從八步二分半為常法
義曰每一箇方冪為十二箇圓池今將見有底九箇



圓池去了七分半餘二分半併

實有八箇方恰是八箇二分半

也

又法立天元一為徑以三之為

外方面以自之得元而為外方積於上再立天元圓

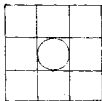
徑以自之三之四而一得元為圓池積也以此圓

積減方積得元為一段如積寄左然後列真積與

左相消得下式元平方開得一十八步為圓徑

也

以條段求之積為實八步二分半為常法



義曰中間一方除圓池四分之
三外有四分之一即是一步內
得二分半也

舊術曰列積步以八步二分半

為法除之所得再開方見內圓徑

第七問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一千三百五十七步只云外方面不及內池周一十四步問方圓各多少

答曰方面四十步 圓周五十四步

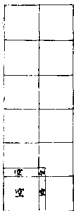


法曰立天元一為外方加不及一十四步得_太三十一為內周以自增乘得_訂三十一為十二箇圓池積於頭再立天元方面以自之

又十二之為十二箇方田積內減頭位得卅一為
十二段如積寄左然後列見積一千三百五十七步
就分母十二通之得一萬六千二百八十四步與左
相消得卅一開平方得四十步為外方面也

依條設求之十二之積內加八不及步算為實二之
不及步為虛從十一步常法

義曰其十二段積內帶起十二箇圓池其十二箇
圓池補成一箇圓周方其圓周多於方面十四步故



箇方也

第八問

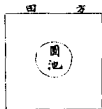
今有方田一段內有園池水占之外有地一十三畝七分半只云內外方圓周共相和得三百步問方圓周各多少

自之為累加入所

欠之一角又二之

為虛從恰得十一

答曰外方周二百四十步 內圓周六十步



法曰立天元一為圓徑以三之

為圓周以減共步得三〇〇三為方

周以自增乘得三〇〇三為十六

段方田積於頭再立天元圓徑

以自之又十二之得三〇〇三為十六箇圓池積以減

頭位得三〇〇三為十六段如積寄左然後列真積一

十三畝七分半以畝法通之得三千三百步又就分

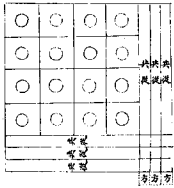
母一十六通之得五萬二千八百步與左相消得四
一〇〇〇〇開平方得二十步為圓池徑又三之為圓周也
依條段求之和步罨內減十六之見積為實六之和
步為從三步常法

義曰十六箇圓池該十二箇方內從步合除去九箇
方外猶剩三箇方故以三步為常法也

舊術曰列相和步自乘為頭位又以十六之田積減
頭位又六而一為實以相和步為從法庫常置五分

今有方田一段內有圓池水占之外計地三千一百六

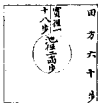
第九問



方田一段內有圓池水占之外計地三千一百六

十八步只云内外周與實徑共相得三百三十步問
三事各多少

答曰外方周二百四十步 實徑十八步 圓周
七十二步



法曰立天元一為池徑以五之

減倍之相和步得 1111 為九箇

方面以自增乘得 1111 為八

十一段方田積於頭位二之相和步別

得是八方面六圓徑二實徑今將二實徑與一圓徑
就成一方面共前數計九方面五圓徑却更無實徑

也再立天元池徑以自之又以六十步七分半乘之

得元三為八十一箇圓池所以用六十步七分半乘

也每箇圓池七分半以八十一通之得六十步七分半也以此減頭位餘三

為八十一段如積寄左然後列真積三千一百六十

八步以八十一通之得二十五萬六千六百〇八與

左相消得下三步開平方得二十四步為池徑

也五因池徑減倍相和餘九而一得方田面以池徑

減方餘折半為實徑

依除段求之倍共步自乘於頭以八十一之田積減
頭位餘為實二十之共步為從三十五步七分半為

常法



義曰八十一箇方田內帶起八
十一箇圓池每箇圓池七分半
此八十一箇計該六十步七分
半其從步內合除去二十五箇

外猶剩三十五箇七分半故以之為常法也

舊術曰倍相和步自乘為頭位又以八十一乘田積減頭位餘退一位為實倍相和步為從法廉常置三步五分七釐半

第十問

今有方田一段內有圓池水占之外計地三千一百六十八步只云內外方圓周與斜徑共相和得三百四十二步問三事各多少

答曰外方周二百四十步 內圓周七十二步

斜三十步



法曰立天元一為池徑以二十

五之減於十之相和三千四百

二十步得 3100 為四十七箇外

方面以自增乘得 3100 為二

千二百九段方田積於頭位 十之相和步三千四百二十為方面四十箇內

池徑三十箇斜至步一十箇以一十箇斜至步合入五箇池徑共得五斜此五斜却便是七箇方面計總

數該四十七箇方面二十五
箇圓徑外更無斜至步也 再立天元池徑以自之

又以一千六百五十六步七分半乘之得 元 為

二千二百〇九箇圓池積也 所以用一千六百五十

齊其二千二百〇九分母也每一箇圓池積七分半

今有二千二百〇九箇圓池積以七分半乘之該一

千六百五十六步七分半也 以此減頭位得 開 為二千二百

九段如積數寄左然後列真積三千一百六十八步

以分母二千二百九通之得六百九十九萬八千一

百一十二步與左相消得 開 開平方得二十四

步即池徑也以二十五之圓徑減十之和步餘四十
七而一得為外方面身加四內減了圓池徑餘折半
為斜徑也

按法內所用四十七方面之數亦由立天元一法
取出但截去前段恐初學不能無疑茲仍依其法
補之

法立天元一為池徑五因之以減倍和得卅為
八方面一斜共數以方五因之得卅為實又以

方五因八方面得四十以斜七乘一斜得七併之
得四十七為法除實得方面不除便為四十七箇
方面也

依條段求之相和步進一位自來於頭位以二千二
百九之真積減頭位餘為實五百之和步為益從一
千三十一步七分五釐為益隅

義曰減數係是二千二百九段方面窰內却漏下二
千二百九箇圓池此數該一千六百五十六箇七分



徑今命為之五百者緣相和步進一位也

舊術曰列相和步進一位自相乘為頭位以二千二百九之積減頭位餘以三之為實又以一千五百之相和步為從法康常置三千九十五步二分半開平

圓徑累却於從步上疊用了六百二十五箇池徑累外猶剩一千三十一箇七分五釐故以之為隅法其從法元有五十箇圓

方見池徑

第十一問

今有圓田一段內有方池水占之外計地二十五畝餘二百四步只云從外田楞至四邊各三十二步問外園內方各多少

答曰外園徑一百步 內方面三十六步

法曰立天元一為內方面加倍至步為外田徑以自之得下式

以
四

一

又三

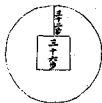
之得

以
四

為四

段

圓田積



於頭再立天元方面以自之又

就分母四之得 ㄅㄩㄩ 為四池積

以減頭位得 ㄅㄩㄩ 一為四段如

積數寄左然後列真積又就分

四之得二萬四千八百一十六步與左相消得 ㄅㄩㄩ

一開平方得三十六步為方池面也加倍至步即圓

徑也

依條設求之四之積步於頭位

作三箇外國徑單內出了四箇方池積也

內減十二之至步累為實十二之至步為從一虛隅

減	從	減
從	池	從
減	從	減
減	從	從
從	池	從
減	從	減
減	從	從
從	池	從
減	從	減

池

義曰四箇外圍田內減了十二段至步累復以十二之至步為從又合去四箇方池今元積內有三箇虛池外猶欠一箇虛池故以一步為虛隅常減從以為

法

又有圓田一段中有方池水占之外有田五十步只
云方池一尖抵圓邊其一尖至圓邊三步問圓徑方
面各若干

答曰徑十步 面五步



法曰立天元一為方斜加三步

為圓徑以自之又以一步九分

六釐乘之得旨此按此為

九分六釐多十一元七分六釐
多十七步六分四釐踏係皆步

數在上此條獨步數在下又三之得卅步卅步內減四之天元冪

得上層卅中下云云按即多三十五元二分八釐多五十二平方九分二釐寄

左然後置五十步兩度加四得卅步又四之得卅步

與左相消得下層三百三十九步〇八釐按此下當加與一平

方八分八釐多三十五元二分八釐等十八字方明負開平方得七步即池斜

也副置池斜上位加至步即圓徑下位身外減四即

方面也合問

依條段求之四段展起見積內減三段展起至步冪

為實六之至步展起為從一步八分八釐為常法也

此問若求方面則其法甚易今求方斜故其圖須細

分之



義曰三箇九分六釐共計二步八分八釐其元初作

四段如積時合有四箇所展之池今來只見三箇故

於二步八分八釐內去却一步有餘只有一步八分

八釐為常法也

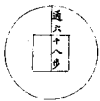
此法於別紙上抄得故錄於此

第十二問

今有圓田一段內有方池水占之外有地二十五畝零二百四步只云從外田楞通內方方面六十八步問各數若干

答曰外圓徑一百步 內方面三十六步

法曰立天元一為內方面減倍通步得目大一為外圓



徑以自之得 ㊀ 一為圓徑

以三之得 ㊀ 三為四段圓

積於頭再立天元內方面以自

之又就分母四之得 ㊀ 三為四

段方池積以減頭位得 ㊀ 一為四段如積數寄左

然後以四之見積二萬四千八百一十六步與左相

消得 ㊀ 一平方開之得三十六步為內方面也減

倍通步即圓徑

依條段求之十二段至步冪內減四之見積為實十

二之通步為從一常法

減	減	二之
減	減	從二
減	減	之
減	減	見
減	減	二
減	減	之
減	減	從

義曰所減數內剩

下四箇方池疊補

了三箇外猶剩一

箇故以之為常法

第十三問

今有園田一段內有方池水占之外計地五千步只云

從外田榜至內池角四邊各一十五步間方圓各多

少

答曰外圓徑一百步 內方面五十步



法曰立天元一為內方面身外

加四為內方斜又加倍至步得

三三為外圓徑也以自增求得

三三為外徑累以三之得

三三為四段外圓積於頭再立天元內方面以自之

又四之得 ㊦ 為四段方池積也以減頭位餘 ㊦
卽為四段如積數寄左然後列四之見積二萬步與
左相消得 ㊦ 開平方得五十步為池方面也身
外加四又加入倍至步即為外田徑也

依條段求之四之積步內減十二段至步累為實十
二之至步身外加四為從一步八分八釐為常法

義曰三箇九分六釐計二步八分八釐其四箇圓田
內有四箇方水池除從步合占三箇外猶剩一箇水



池却於數內取了一步餘一步八分八釐故以之為
 常法也其從步加四者蓋取斜中之方面也蓋不加
 四不能見方面而但得方斜也

舊術曰四因積步為頭位又倍去角步自乘三之減
 頭位餘折半為實又倍去角步三因加四為從法廉

常置九分四釐

第十四問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三百四十七步只云從田外楞通內池斜三十五步半問外圓內方各多少

答曰外圓徑三十六步 內方面二十五步

法曰立天元一為內方面加四得既為方斜以減倍通步得法巨為外圓徑以自增求得圓斷計為外田



徑累也以三之得三三三三為四

段圓田積於頭再立天元內方

面以自之又就分四之得四四四四

為四段方池以減頭位得四四四四

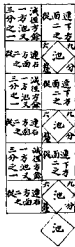
即為四段如積寄左然後列四之見積一千三百八

十八步與左相消得四四四四即開平方得二十五步為

內方面也方面加四減於倍通步得圓徑也

依條段求之十二段通步累內減四之田積為實十

二之通步加田為益從一步八分八釐常法



義曰此式元係虛從今以虛隅命之四段圓田減積

時剩下一段方池於從步內用訖三箇外猶剩一箇

却於二步八分八釐虛數內補了一步外虛一步八

分八釐故以之為法 從負隅正或從正隅負其實皆同故因此廉從以別之

舊術曰倍通步自乘三之為頭位四因田積減頭位
餘為實又十二通步加四為從法廉常置一步八分

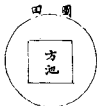
八釐減從開方

新舊廉從不同問
時則同故內存之

第十五問

今有園田一段內有方池水占之外計地三十三畝一
百七十六步只云內方周不及外園周一百五十二
步問外園內方各多少

答曰外園周三百六十步 內方周二百八步



法曰立天元一為內方面以四

之為內方周加不及一百五十

二步得 肆三 為外國周以自增

東得 肆三 為十二段圓田積

於頭再立天元內方面以自之又就分十二之得 〇元

卅為十二段方池積以減頭位餘 肆三 為十二段

如積寄左然後列見積八千〇九十六步又就分十

二之得九萬七千一百五十二步與左相消得 肆三

圓平方開得五十二步為內池方面也以四之為內方周加不及步為圓周也

依條設求之十二段積步內減不及步累為實八之不及步為從四步為常法也

圓			周			不及累		
從	從	從	從	減去				
少	少	少						
少	少	少						
少	少	少						
少	少	少						

義曰十二段圓積該九段圓徑累九段圓徑累便是九箇圓周累也據十二段圓積內元少十二箇方池今於周累內除折筭

外剝四箇池積故以四步為常法也

舊術曰十二之積步為頭位以不及步自乘減頭位
餘八而一為實以不及步為從法廉常置半步開平

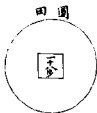
方

新舊二術不同者舊術從簡耳算術本貴簡易
而猶立新術者緣舊術數畫條段也餘做此

第十六問

今有園田一段內有方池水占之外計地三千五百六
十四步只云內方周與外圓徑等問等數各若干

答曰內方周外圓徑各七十二步



法曰立天元一為等數便以為

方周以自之為十六箇方池於

頭凡一再立天元等數便以為

圓徑以自之又十二之得凡二

為十六段圓田積內減頭位餘凡一為十六段如積

寄左然後列真積三千五百六十四步又就分十六

之得五萬七千〇二十四步與左相消得凡三〇一平

方開得七十二步即等數也

按法後落條紋一條依前例補之

依條段求之十二之真積為實無從一十一步常法



義曰十六箇圓積
乃十二段圓徑累
也其十六箇圓積

內有十六箇方池恰是一箇方也此一箇方便是等
數累也

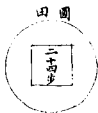
舊術曰列田積從十一段平方開之得內方面四之

即等數也又法以十六乘田積如十一而一所得開方即等數

第十七問

今有園田一段內有方池水占之外有地一千六百一十一步只云外園徑不及內方周四十二步問方園各若干

答曰外園徑五十四步 內方周九十六步
法曰立天元一為外園徑加不及四十二步得



為內方周以自增乘得下式

訓一為十六段池積於頭再立

天元外國徑以自之又十二之

得凡非為十六段田積也內減

頭位餘訓訓一為十六段如積寄左然後列真積一

千六百一十一步就分母十六之得二萬五千七百

七十六步與左相消得訓訓一平方開得五十四步

為外國徑也加不及步為內方周也

依條段求之置十六之積加不及步累為實倍不及步為虛從一十一步為常

虛從	加不及
及實及虛	積十六
積十六	虛

義曰十二箇圓徑
累該十六箇圓田
積十六箇圓田積

內有十六箇方池其十六箇方池於實積內侵過所
加一角并二段虛從之數也

第十八問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三百四十七步只云外圍周內方周共得二百八步問內外周各多少

答曰外圍周一百八步 內方周一百步



法曰立天元一為內方面以四之為內方周減於相和二百八步得卅三為外圍周以自增乘得卅三為圓周累使為十二

段圓田積於頭再立天元內方面以自之又就分十

二之得凡仁為十二段方池積也以減頭位餘凡山

三為十二段如積寄左然後列見積三百四十七步

就分母十二之得四千一百六十四步與左相消得

凡三開平方得二十五步為內方面也四之為內

方周減於相和步為圓周也

依條段求之以十二之積步減和步累為實八之和

步為虛從四常法

邊下十六	池面為四	之和步從	總右十
此外圍用	實也茲十	二箇四積	六池面
為四之	和步從		

故以四為虛常法

舊術曰相和步自乘於頭位以十二之積步減頭位
餘八而一為實相和步為從法廉常置半步減從

第十九問

義曰十二段圓田內有十二箇
方池於方周界內補了十二池
外猶欠四箇故以四為隅法此
式元係虛從今却為虛隅命之

今有園田一段內有方池水占之外計地三十三畝一
百七十六步只云內外周與實徑共相和得六百二步
問三事各多少

答曰外圓周三百六十步 內方周二百八步

實徑三十四步

法曰立天元一為內方面以減一百七十二得四

為外田徑也

倍云數得一千二百四步別得是六箇
圓徑八箇方面兩箇實徑今將一箇方

面兩箇實徑合成一箇圓徑併前數而計是七箇方
面七箇圓徑也今置一千二百四步在地以七約之



得一百七十二步為徑面共也
便是一箇方面一箇圓徑更無

實徑也 以自增乘得得三一為圓

徑累也以三之得得三三為四

段圓田積於頭再立天元內池

面以自之又就分四之得得三為四池積以減頭位

得得三一為四段如積寄在然後列見積八千九十

六步又就分四之得三萬二千三百八十四步與左

相消得得三一開平方得五十二步為內方面也以

七之方面減於倍和步餘以七而一即圓徑也圓徑
 內減方面餘者又半之即實徑也

依條段求之徑面共一百七十二也自之為冪又三
 之於頭位內減四之見積餘為實六之徑面共步為
 從一常法

減	從
從	
減	從
從	
減	從
從	

常

義曰四之真積內有四箇方池於從法內疊周了三箇外剩一箇故以一步為常法

舊術曰倍相和步自乘三之為頭位以一百九十六

步按此即四與四十九相乘之數之田積減頭位餘以十四而一為

實又六之相和步為從法廉常置三步半開平方見內方面

第二十問

今有圓田一段內有方池水占之外計地二千四百七

十五步只云內外周與斜徑相和得二百五十九步
半問三事各多少

答曰外國周一百八十步 內方周六十步 斜

十九步半



法曰立天元一為內方面以三

十三之減於十之云數二千五

百九十五步得三為三十五

箇圓田徑十之云數內有外國徑三十箇內方面四

十箇角斜十箇令將七箇方面併入十箇角斜為五箇圓徑也總別得十之云數是方面三十三箇圓徑三十五箇外更乃以三十五之圓徑自增乘得下式無斜徑角也

圓徑為一千二百二十五段圓徑眾也以三因之

得圓徑合以四除之今不除便為四千九百段圓

田積於頭再立天元內池面以自之又就分以四千

九百乘之得圓徑為四千九百段方池積以減頭位

得圓徑為四千九百段如積數寄左然後列真積

二千四百七十五步就分以四千九百乘之得一千

二百一十二萬七千五百步與左相消得

雖非相平

方開得一十五步為內方面方

三十三之方面以減於十之相和二千五

百九十五步餘三十五而一即圓徑以方面加四減圓徑餘半之即斜徑也

依條段求之十之相和步自之為累以三之於頭位以四千九百段見積減頭位為實一千九百八十之相和步為從一千六百三十三為常法

義曰減數計三千六百七十五箇圓徑累便是四千九百箇圓田積也內漏下四千九百箇方池却於從

從	減	二千二百	二十五圓	徑算
從	減	二千二百	二十五圓	徑算
從	減	二千二百	二十五圓	徑算
從	減	二千二百	二十五圓	徑算
從	減	二千二百	二十五圓	徑算

內疊用了三千二

百六十七箇方池

外猶剩一千六百

三十三箇方面累故以之為常法也其從法元有一

百九十八箇方面合用一百九十八之相和步為從

今用一千九百八十箇相和步者緣為相和步先進

了一位也

第二十一問

今有方田三段共計積四千七百七十步只云方方相

較等三方面共併得一百八步問三方多少

答曰大方面五十七步 中方面三十六步 小

方面一十五步



法曰立天元一為方差以減中方面

置併數三而一得法一為小方面也

即得中方面 以自之得法一為小方積於頭再

立天元方差加入中方面得法一為

大方面以自之得位七 1 為大方積於次位又列中

方面位七 自之得下位七 為中方積於下位三位相併得

位七 〇 〓 為一段如積數寄左然後列真積四千七百

七十步與左相消得位七 〇 〓 開平方得二十一步即

是方差也 置方差數加中方即大方
面減中方即小方面也

依條設求之列併數以三約之所得即中方面也以

自之為冪又三之以減積為實無從二步常法

義曰積步內減三箇中方冪外有兩箇方故得二步



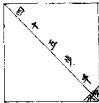
第二十二問

今有方田一段其西北隅被斜水占之外計地一千二百一十二步七分半只云從田東南隅至水楞四十五步半問田方面多少

常法舊術又折半止得一箇

方也

答曰田方面三十五步



法曰立天元一為水占斜加入

云數四十五步半得本元為田

斜以自增乘得元步元為田

斜累於頭再立天元一水占斜

以自之為水占得小方積就分以一步九分六釐乘

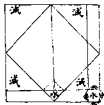
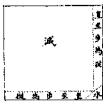
之得元元步為所展得水占積也以減頭位得元元

元步為如積一段寄左然後列真積一千二百一十

二步七分半以一步九分六釐乘之得二千三百七
十六步九分九釐與左相消得開開平方得三
步半為水占斜加至步為田斜身外減四即是方面
也

依條段求之展積內減至步罨為實二之至步為從
九分六釐虛常法開平方得三步半即水占斜也
義曰今將水占斜直命為小方池面也

舊術曰列田積於頭位又列至步除四則直至步以



自乘減頭位餘為實二之直至
 為從以九分六釐為廉從開平
 方得二步半加直至步三十二
 步半得三十五步即田方面也
 此圖即舊術條段也舊術減云
 步為直至步八法而求得二步
 半為直至不及方面步新術展
 積入法而求得三步半為水占

斜

益古演段卷上

欽定四庫全書

益古演段卷中

元 李冶 撰

第二十三問

今有圓方田各為段共計積一千三百七步半只云方面大如圓徑一十步圓依密率問而徑各多少

答曰方面三十一步 圓徑二十一歩

法曰立天元一為圓徑加一十步得 11 為方面以自之得 121 為方田積以十四之得下式

卷之十

十



為十四段方田積於頭又立天元

圓徑以自乘為冢又以十一之得

十便為十四段圓田積依冢率合以徑

自乘又十一之如十四而一今以十一乘不受除故就為十四分母

之
以併入頭位得以 為十四段如積寄左然後

列真積一千三百七步半就分十四之得一萬八千

三百五步與左相消得開 開平方除之得二十

一步為冢率徑也加不及步為方田也

依條段求之十四之積步於上內減十四段不及步
 冪為實二十八之不及步為從二十五步常法

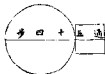


義曰將此十四箇方冪之式
 只作一箇方冪求之自見隅
 從也

第二十四問

今有方圓田合一段共計積一千四百六十七步只云
 方面與圓徑相穿得五十四步問面徑各多少

答曰方面一十二步 圓徑四十二步



法曰立天元一為圓徑減穿步五十

四步得 卅一 為方田面以自增乘得

下式 卅一 為方田積於頭位再立

天元圓徑以自之又三之四而一得

○ 卅一 為圓田積也併入頭位得 卅一 為一段如積

寄左然後列真積一千四百六十七步與左相消得

卅一 倒積倒從開平方得四十二步為圓田徑也

以減穿步即方面

按法內所言倒積倒從即鬮積法也蓋初商積常減原積此獨以原積減初商積倍應常減從步此獨以從步減倍應乃平方中之一變也古法多用之今依數布算于後以存其式

法列積一千四百四十九步為實以一百零八步為

二九
四二〇
七一
七一〇〇

長與一濶又七分半之和即從數求

四
一〇
一〇〇

濶初商四十步以一濶七分半乘之

$$\begin{array}{r}
 40 \\
 175 \\
 \hline
 200 \\
 280 \\
 \hline
 400 \\
 7000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 108 \\
 708 \\
 \hline
 300 \\
 400 \\
 \hline
 1520
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 70 \\
 208 \\
 \hline
 108 \\
 108 \\
 \hline
 032
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 175 \\
 \hline
 350 \\
 32 \\
 \hline
 355 \\
 7-10
 \end{array}$$

得七十步以減和數餘三十八步以
 初商乘之得一千五百二十步為初
 商積大於原積反減之餘實七十一
 步乃二因一濶七分半所乘初商之
 數得一百四十步大於和數反減之
 餘三十二步為次商庶次商二步以
 一濶七分半乘之得三步半為次商
 隔凡和數庶隔相減此反相加得三

十五步半以次商乘之得七十一步為次商積與餘積相減恰盡開得濶四十二步

依條段求之穿步冪內減田積為實倍穿步為從一步七分半虛常法



義曰二之從步內元減了七分半又疊了一步計虛却一步七分半也

第二十五問

今有方圓田各一段共計積一千三百七步半只云方

周大如圓周五十八步問方圓各多少

圓林
密率

答曰方周一百二十四步 圓周六十六步

法曰立天元一為圓周加周差五十

八步得圓一為方田周以自增乘得

下式圓林一為方周冪便是十六箇

方田積又就密率分母一十一之得

圓一為一百七十六段方田積於頭又立天元圓



周以自之為冪又就分一十四之得九為一百七

十六段圓田積

依密率周上求積合以周自乘又以七乘之如八十八而一為一段田積

也今又周密上更以十四乘之則合用一百七十六而一故就分便為此數以添入頭位

得九共為一百七十六段如積寄左然後列真

積一千三百七步半就分以一百六十七乘之得二

十三萬一百二十步與左相消得九開平方得

六十六步為圓田周也加多步見方周

依條段求之一百七十六之積內減一十一段多步

冪為實二十二之多步為從二十五步常法

義曰一百七十六之積步內

有一十一箇方周方一十四

箇圓周方也今畫此式其一

十一之 多步從	減
一十二 圓周方 多步從	

一百七十 六箇積步
一十四箇 圓周方

十四箇圓周方與一十一箇圓周方大小俱同者止

為欲見差步權作此式其實合作一十二段圓式求

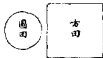
之其實自見也

按十一方圓冪十四圓周冪共積內減去十一不及冪餘不及步乘圓周

長方二十二圓周冪二十五故以二十二不及步為從二十五為隅也

第二十六問

今有方圓田各一段共計一千四百五十六步只云方
周大如圖周方圓周共相和得二百步問二周各多少
答曰方周一百二十八步 圓周七十二步



法曰立天元一為圓周減於相和二
 百步得¹¹⁰⁰一為方周以自乘得¹¹⁰⁰⁰⁰
 一為方周窠^{是十六箇方積也}就分三之得
 十¹⁰⁰⁰十¹⁰⁰為四十八段方田積於頭再

立天元圓周以自之又就分四之得九亦為四十
八段圓田積併入頭位得十為四十八段如積
數寄左然後列真積一千四百五十六步就分四十
八之得六萬九千八百八十八步與左相消得十一
十二開平方得七十二步為圓田徑也減共步則方
周
依條段求之三段和步冪內減四十八之田積為實
六之和步為從七益隅



義曰減時減過一箇方六之從步內又欠六箇方共
 虛了七步故以為益隅

第二十七問

今有方圓田各一段共計積二千二百八十六步只云
 方面不及圓徑一十二步圓依密率問面積各多少

答曰方面三十步 圓徑四十二步

法曰立天元一為方面加不及一十

二步得 ||||| 一為圓徑以自之得 |||||

一為圓徑冪以一十一之得下式 |||||

||||| 一便為十四箇圓積於頭再立天

元方面以自之又就分一十四之得 ||||| 為十四箇

方積也併又頭位得 ||||| ||||| 為十四段如積數寄左

然後列真積二千二百八十六步就分一十四之得



三萬二千四步與左相消得下式 \square \square \square \square \square 平方開之
 得三十步即方面也加不及一十二步即圓徑也

依條段求之十四之真積內減一十一段差步累為
 實二十二之差步為從差步即不及步二十五步常
 法

十一 積方	十三 不及
十二 不及	減

十四 積方

義曰十四之積步內有一十
 一箇圓徑方與一十四箇方
 面方此式與第二十五問畧

同其十一箇圓徑畧有十一箇方正當十一段之
其數自見也

第二十八問

今有方圓田各一段共計積二千二百八十六步只云

方周不及圓周一十二步問周各若干

圓係
密率

答曰方周一百二十步 圓周一百三十二步

法曰立天元一為方周加不及步一十二得廿一為

圓周以自之得卅一 又以一十四乘之得四卅一

依條段求之一百七十六之真積內減十四段差步
 冪為方實二十八之差步為從二十五常法

方		周		四		十		考		總	
方	周	四	十	考	總	方	周	四	十	考	總
方	周	四	十	考	總	方	周	四	十	考	總
方	周	四	十	考	總	方	周	四	十	考	總

方	周	四	十	考	總
方	周	四	十	考	總
方	周	四	十	考	總
方	周	四	十	考	總

第二十九問

今有方圓田各一段共計積一千四百四十三步只云
 圓周大如方周方圓周併得一百九十八步問二周

義曰所減數乃十四段不及
 步冪也

義曰八之從內合虛八箇方今見有一箇方外只虛了七步方也

第三十問

今有圓田二段

一段係圓三徑一半一段係密率

共積六百六十一步

只云二徑共相和得四十步問二徑各數

答曰密徑一十四步 古徑二十六步

法曰立天元一為密徑以減相和四十步得 $\frac{1}{3}$ 為

古徑以自之得下 $\frac{1}{3}$ 為古徑累以三因之得 $\frac{1}{3}$



三。川合以四約之又就分母七之得

四。平三為二十八段古圓積於頭再

立天元密圓徑以自之又二十二之

得元三為二十八段密圓積也併入

頭位得四三三為二十八段如積寄左然後列真積

六百六十一步就分二十八乘之得一萬八千五百

八步與左相消得四三三平方開之得一十四步為

密圓徑以誠和步即古徑也

依條段求之二十一一段和步冪內減二十八之田積
為實四十二之和步為從四十三步虛常法

二十一箇	古連塚
二十一箇	二十一箇
二十一箇	二十一箇
二十一箇	二十一箇

義曰其二十八之田積內有古
積二十一箇密積二十二箇元初
減時減過一段又併從步內合
除之數計虛却四十三箇方也

第三十一問

今有直田一段中心有圓池水占之外計地三千九百

二十四步只云從外田角斜通內池徑七十一步外
田闊不及長九十四步問三事各多少

答曰圓池徑一十二步 田長一百二十六步

闊三十二步

法曰立天元一為內圓徑以減倍通
步一百四十二步得畎一為直田斜
以自乘得𦵏𦵏一為兩段直田並一
段較畧於頭再置闊不及長九十四



步自之得八千八百三十六步以減頭位得 𠄎𠄎𠄎 |
為兩段直積數寄左再立天元圓徑以自之為圓徑
累三之二而一得 九 𠄎 為兩箇池積數加入二之見
積七千八百四十八步得 𠄎 。 𠄎 亦為二段直積與
寄左相消得 𠄎𠄎𠄎 。 𠄎 平方開之得一十二步為圓徑
也

依條段求之倍通步為冪內減二之見積一箇較冪
為實四之通步為從半步常法



第三十二問

今有圓田一段中心直池水占之外計地五千三百二十四步只云併內池長闊與外圓徑等內池闊不及長三十六步問三事各多少

義曰從步內少一箇圓徑羈其漏下底二箇圓池共一步半今將一步補了從步合除之數外猶剩半步故以為常法

答曰外田徑一百步 內池長六十八步 濶三

十二步



法曰立天元一為外圓徑以自乘

三因四而一得九為圓積內減

了見積五千三百二十四步餘得

三。為水池直積也以四之得

四。為四段水池直積寄左再立天元圓徑命為

直積和步以自之得一為四積一較畧內減了池

較冪一千二百九十六步得卅。一亦為四段池積
 與左相消得卅。二平方開之得一百步為外圓徑
 也闊不及長減圓徑餘折半見闊却以不及步加之
 即長也

依條段求之四積內減較冪為實從空二步常法



義曰四之

圓積內有

四箇水池

又於見積內減了一箇池較冪相併恰是一箇和冪也今來池和與圓等共和冪恰是一箇圓徑冪也除
外有兩箇方

第三十三問

今有圓田一段中心有直池水占之外計地七千三百
步只云併內池長濶少田徑五十五步闊不及長三
十五步問三事各多少

答曰田徑一百步 內池長四十步 闊五步



法曰立天元一為外國徑自之

得數又三之四而一得元。為

外國田積也減見積七千三百

步得元。為內池積也以四

之得元。為四段池積寄左再立天元圓徑內減

少徑步五十五得元一為池和也以自之得元。一

為四池一較窠內減池較窠一千二百二十五步得

元。一亦為四池積也與左相消得元。一平方開

之得一百步為圓徑也內減少徑即水池和步內加
一差即為二長若減一差即為二闊也

依條段求之四之積步內減池較冪却加入少徑冪
為實二之少徑為從二步常法



義曰四池并所減
底簡較冪恰是一
箇和自之

舊術下積步四之於頭位又以少徑步自乘加頭位

内却減闊不及長窠餘折半為實用少徑為從一步
常法

第三十四問

今有圓田一段内有直池水占之外計地六千步只云
從内池四角斜至田楞各一十七步半其池闊不及
長三十五步問三事各若干

答曰圓田徑一百步 池長六十步 濶二十五

步

徑也圓徑自之又三之四而一內減見積餘為內池積也又用差步為從開方見池闊也

依條段求之四之見積內加八段至步冪却減兩段闊不及長冪為實八之至步為從一步常法



闊不及長冪合成兩箇池斜冪也八箇從步內貼入

義曰四箇圓積內有四箇虛直池於積內又減了兩段

八箇斜至步算其數與圓徑正相應也外恰有一步方

第三十五問

今有圓田一段中心有直池水占之外計地五千七百六十步只云從外田東南楞至內池西北角通斜一百一十三步其內池闊不及長三十四步問三事各多少

答曰外圓田徑一百二十步 池長九十步 闊

五十六步



法曰立天元一為角斜加通步

得卅一為圓徑以自之得卅卅

一為圓徑冪又三之得卅卅

為四段圓田積也內減了四之

見積二萬三千四十步得卅卅卅為四段內直池寄

左再立天元角斜以減通步為池斜以自之得卅卅

一為池斜冪於頭又列長平按平即闊較三十四步以自

之得一千一百五十六步以減頭位餘卅一為二
 池積也又倍之得卅一亦為四直池與左相消得
卅一開平方得七步為角斜也

依條段求之四之積步內減兩段闊不及長冪又減
 一段通步冪為實十之通步為從一步隅法



義曰兩箇較冪併
 四箇池積該兩箇
 斜冪也於四箇圓

積內減此兩箇斜冪外更減了一箇通步冪恰是十之從外有一步常法也

第三十六問

今有園田一段中心有直池水占之外計地六千步只云從內池四角斜至田楞各一十七步半其內池長闊共相和得八十五步問三事各多少

答曰外田徑一百步 池長六十步 闊二十五

步



法曰立天元一為內池斜加入

倍至步三十五得三十一一為外圓

徑以自之又三之得三十一三十一為

四段圓積也內減四之見積二

萬四千步得下三十一三十一為四箇池積寄左乃置內池

和八十五步以自之得三十一為四積一較冪於頭再立

天元內池斜以自之得三十一一為二池積一較冪以減

於頭位得三十一。一為二池積也又倍之得三十一。二亦

為四池積與左相消得 11×11 平方開得六十五步
 為內池斜加倍至步即圓徑也徑自之又三之四而一
 內減去田積餘實以和步為從一虛隅開平方見闊也
 依條段求之四之積步內加兩段和步冪却減十二
 段至步冪為實十二之至步為從五步常法



義曰所加兩箇和
 冪該八積二較冪
 數內元有四虛池

外有四積二較冪其實只是添了兩箇池斜冪也於
四圓積內除從步占外元有三箇方今又加入兩箇
池斜冪共得五步故五為常法

第三十七問

今有圓田一段中心有直池水占之外計地九千一百
二十步只云從外田楞通內池斜一百一十六步半
其內池長闊共相和得一百二十七步問三事各多
少

答曰圓田徑一百二十步 池長一百一十二步

闊一十五步



法曰立天元一為角斜加通步

一百一十六步半指大一為圓

徑以自之得指大一為圓徑冪

以三之得指大三為四段圓田

也內減四之見積三萬六千四百八十步得指大三

三為四段內池積寄左再立天元角斜以減通步得

一為內池斜以自乘得三三 一為二積一較

冪於頭又列池和步以自乘得三三內減頭位餘得三三

一為二池積也倍之得下三三 亦為四池

積與左相消得三三平方開之得三步半為角

斜也加通步為圓徑

依條段求之四之積步內加兩段和步冪却減

五箇通步冪餘為實二之通步為從五步為常

法



義曰兩箇和冪內虛了四池只是兩箇池斜冪今將
 兩箇池斜冪減於兩箇通步冪止有二甲二乙所占
 之地今又將二甲二乙及三段通步冪併以減於四
 之見積外實在兩箇通步從五箇方也

第三十八問

今有水旱田各一段共計積二千六百二十五步只云
水田長闊共一百步其旱地闊不及長三十五步而
不及水地闊十步問水旱地長闊各若干

答曰水地長七十五步 闊二十五步 旱地長
五十步 闊一十五步



法曰立天元一為旱地闊加旱
闊不及水闊一十步得一法一為
水地闊以減水田長闊共一百

步得^太一為水田長也以水田長闊相乘得^太三〇一

為水田積於頭再置天元旱地闊加不及三十五步

得^太三〇一為旱田長也以天元乘之得^太三〇一為旱田

積也加入頭位得^太三〇一為一段如積寄左然後列直

積二千六百二十五步與左相消得^太三〇一法上實

如法得一十五步為旱田闊也加闊不及長三十五

步為旱田長也又於旱闊內加不及水地闊一十步

為水地闊也以水地闊減於水田長闊一百步餘為

水田長也

依條段求之以水田共步乘二闊差於頭位以二闊
差累減頭位得數復以減於田積為實列水田共步
加入旱地長闊差內却減兩箇二闊差為法



水田長五十五為法

旱田長闊五十五步為法

水闊二十五步為法

五

義曰其水田闊二十五步為法內元多一箇水旱二

闊差數又積步內減了一段早闊為長二闊差為平
 底直積是又虛了一箇水旱二闊差數故於法內減
 去兩箇闊差也

按此條圖與義不合蓋傳寫之誤也今仍存舊式
 另擬圖義於後以明之



義曰水田長闊共步乘二闊差
 內減差冪即附水田周一磬折
 積也以減共積餘同早闊之兩

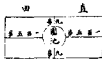
長方共積為實其水田長闊比原數各減一闊差於此長闊和內加旱田長闊較即兩長方之共長故為法即得旱田闊也

第三十九問

今有直田一段內有圓池水占之外計地三十九畝一分半只云從田兩頭至池各一百五步兩畔至池各九步問三事各多少

答曰田長二百三十四步 闊四十二步 池徑

二十四步



法曰立天元一為內池徑加二之邊

至一十八步得田一為田闊又置天

元池徑加二之頭至二百一十步得

田一為田長長闊相乘得下式田

一為直田積於頭再置天元徑以自之又三之四而

一得。田為內池積以減頭位得田。田為一段如

積數寄左然後列真積三十九畝一分半以畝法通

之得九千三百九十六步與左相消得訂脚開平
 方得二十四步為內池徑也加二之邊至步為田闊
 若加二之頭至步即田長

依條段求之倍頭至步與倍邊步相乘以減田積為
 實併一頭一邊步又倍之為從二分半常法



義曰此問與第一問條段頗同但所減
 者為四箇小池積按池當
 作陽

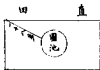
第四十問

今有直田一段中心有圓池水占之外計地四畝五十
三步只云外田長平和得七十六步太半步從田四
角去池楞各一十八步問外田水池徑各多少

答曰田長五十步 闊二十六步太 池徑二十
步太

法曰立天元一為內池徑加倍角至步三十六得非
一為直田斜以自之得樹田一為田斜冪

便是二精
一較冪也



又九之得下式 $\frac{1000}{9}$ 為十八積九

較冪也寄左列和步七十六步太 按

即三分 通分內子得 $\frac{1000}{3}$ 以自之得五

萬二千九百步為九段和冪於頭 為

九段和冪者元帶三分母以自之得九也此 九段和冪該三十六直積九箇較冪也 又置天元

圓徑以自之又三之四而一得 $\frac{1000}{4}$ 為一段圓積也

加入見積一千一十三步得 $\frac{1000}{4}$ 共為直積一段

又十八之得 $\frac{1000}{18}$ 為十八段直積以減頭位得 $\frac{1000}{18}$

。惟亦為九段田斜冪與左相消得謂非合以平

方開之今不可開按不可開者謂廣隅數多而得數又不能盡也先以隅法

二十二步半乘實二萬三千單二步得五十一萬七

千五百四十五步正為實元從六百四十八負依舊

為從一益隅平方開之得四百六十五步以元隅二

十二步半約之得二十步三分之二為內池徑也加

倍至步為田斜以自之為二積一較冪又二之於頭

位以和步冪減頭位餘以平方開之即田較也加入

和步折半為長若減於和步折半為闊也

依條段求之列相和步自乘為冪內減倍積及四段
至步冪為實四之至步為從二步半常法



義曰和步冪內減了二直積只
有一段斜冪也減二直積時漏
下兩箇圓池該一步半又正有
一步共計二步半常法也 求

較者先置池徑二十步太川帶三分母便為三箇徑

也加入六之至步一百八步得 卅 便為三箇田斜也

以自之得 卅 為九段斜冪便是十八箇直積九箇較冪倍之得 卅

為三十六段田積一十八段較冪於頭再置和步七

十六步太 卅 亦帶三分母便為三箇和也以自之得

為九段和冪便是三十六箇直積九較冪也以減頭位餘 卅 為九

段較冪也平方開之得七十步以三約之得二十三

步三分步之一為田較也欲見田長闊及斜者准此

法求之 又法求圓池徑者立天元一為三箇內池

徑以自之得 ㊦ 。一為九段池徑冪便是十二段圍積

也加十二段見積得 ㊦ 。一為十二段直積又身外

加五得 ㊦ 。一為十八段直田積於頭又列和步七

十六步太通分內子得二百三十自之得 ㊦ 為和冪

九段便是直積三十六段較冪九段也內減頭位得下式 ㊦ 。一為

九段斜冪數寄左再置天元圖徑加六之角至步一

百八步得 ㊦ 一為三箇田斜以自之得 ㊦ 亦為

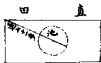
九段斜冪也與左相消得 ㊦ 開平方得六十二

步為三箇圓池徑也以三約之得一箇圓徑二十步
三分之二此名之分天元一術前法乃連枝同體術
也按分天元一術即天元一內帶分求之得數而後約之連枝同體術即通分開方得數而後約之待無通分之法也

第四十一問

今有直田一段中心有圓池水占之外計地三千九百
二十四步只云從外田角斜通池徑七十一步外田
長闊相和得一百五十八步問三事各多少

答曰圓徑十二步 田長一百二十六步 闊三十二步



法曰立天元一為內圓徑以減倍通
步一百四十二步得田一為田斜以
自之得田一為二積一較冪於頭
又立和步一百五十八步以自之得

為四積一較冪以減頭位得田一為二直積寄

左又立天元池徑以自之又三之二而一得田一為
兩箇池積也加入二之見積七千八百四十八步得

。巨亦為一段直積與左相消得三三三三平方開
 之得一十二步為內池徑也

依條段求之二之積步內加四段通步累却減一段
 和步累為實四之通步為從二步半虛常法



義曰減一和步累是減四積一
 較累也四之通步累內減了一
 箇斜累却又減過二箇直積故
 二之積步加之從內欠一箇方

減二積時漏下二箇圓池又該欠一箇半方共欠二步半虛常法也

第四十二問

今有直田一段中心有圓池水占之外計地一萬八百步只云從外田角至水池楞六十五步其外田闊不及長七十步問二事各多少

答曰田長一百五十步 闊八十步 圓池徑四

十步



法曰立天元一為內池徑加倍至一

百三十步得三一為田斜以自之得

三一為田斜冪於頭又置田較七

十步以自之得三為較冪以減頭位

得三一為二田積寄左再立天元池徑以自之身

外加五得三為兩箇池積也加二之見積二萬一

千六百步三亦為二直積與左相消得三

開平方得四十步即池徑也以徑自之三之四而一

加入見積為實以闊不及長為從開方得田闊

依條段求之二之田積內加較冪却減四段至步冪
為實四之至步為從半步虛常法



義曰二積內加一箇較冪恰補
就一箇斜冪也其二積內有兩
箇圓池是元虛了一步半方也

於積內却實有一步除外止虛了半步也

益古演段卷中



益古演段卷中

欽定四庫全書

子部

益古演段卷下

群校官欽天監天文生臣賈德輔

靈臺郎臣倪廷梅履勘

膳錄貢生臣邵照

欽定四庫全書

蓋古演段卷下

元 李冶 撰

第四十三問

今有圓田三段

一依古法一依密率一依徽率

共計地二十畝五十二

步一百七十五分步之二十三只云密徑多於古徑

九步徽徑多於密徑九步問三徑各多少

答曰古徑三十六步 密徑四十五步 徽徑五

十四步

徽徑五十四步

密徑四十五步

徽徑五十四步

法曰立天元一為古徑加多九步得

四一為密徑以自之得下計四一為

密徑冪又以十一乘之得四十一為

十四段密圓積於頭又立天元古徑

加二之多步一十八步得四一為徽

徑以自之得四十一為徽徑冪也又

以一百五十七乘之得四十一為二

百段徽圓積於中

共徽率周一百五十七徑五十五徑來

周四距為圓筭今以徑筭乘周當以徑五十除之再
四距之為圓筭不餘便為五十乘之又四乘之之二

百圓筭也又置天元古徑以自之又三之得三為四段

古圓積於下乃求三積齊同分母而併之先以分母

一萬七千五百按此即十四除二
十四萬五千之數乘十四段密圓積

得三為二十四萬五千段密圓積於頭位次以

分母一千二百二十五乘二百段徽積得三為

二十四萬五千段徽積於中位次以分母六萬一千

二百五十乘四段古積得。三為二十四萬五千

段古積於下位三位相併得非為二十四萬五
千段如積數寄左然後列見積通分內子得八十四
萬九千一百二十三就分以一千四百乘之得一十
一億八千八百七十七萬二千二百與左相消得下
式非平方開之得三十六步為方徑也各加多
步見徽密二徑也 義曰所以齊同於二十四萬五
千段者以元母一百七十五乘一千四百得此數
依條段求之以一千四百乘田積於頭位置徽徑多

古徑自之為冪又以一千九十九

按置一千四百分以數冪率一百

五十七乘之方冪率二百餘之即得

乘之減頭位續置密徑多古徑自

之為冪又以一千一百

按置一千四百分以冪率同冪十一乘之方冪十四餘之

得即乘之復減頭位餘為實又倍徽徑多古徑以千九

十九乘之為徽從又倍密徑多古徑以一千一百乘

之為密從併二從得五萬九千三百六十四為從法

廉常置三千二百四十九

義曰以一千四百乘積者取其三率皆可以除之也

徽		徑		密	
減一千九	十九差畢	一千一	一千一	一千五	十箇方
九百九十	九百九十	九百九十	九百九十	九百九十	九百九十

此問求真積實數

古徑三十六得積九百七十二

步密徑四十五步得積一千五百九十一步一十

齊同分母須至於二十四萬五千
 段者蓋以分母一百七十五元乘
 積數一千四百此二數相乘得二
 十四萬五千也

四分步之一 徽徑五十四步得積二千二百八十

九步二百分步之一十二併三積全步四千八百五

十二步外 密率一十四分步之一 徽 以上維乘下位

密子得二百分 徽 密二百分步之一十二 相併得三百六十八分為子實

又上二位相乘得二千八百分為母法子母俱以十

六約之為一百七十五分步之二十三 一十四百

乘田積來厯蓋只就密率上定之也置一千四百在

地以密率十一之如十四而一為一十一百積 若

以古率三之四而一則得一千五十積 若以徽率
一百五十七乘之如二百而一得一千九十九積所
以用一千四百乘積者緣古法四徽法二百皆可以
除之也 求三積齊同分母元分母數一百七十五
元乘積數一千四百此二數相乘二十四萬五千即
大分母也三積總率皆齊同於此既得此齊同分母
乃各以先求到段數約之徽率得一千二百二十五
密率得一萬七十五古率得六萬一千二百五十

故反以乘段數皆齊同於二十四萬五千也

按條段分母數簡於前法者用舊術也然各分母之數猶有可省者蓋衆數取分母數必得最小者方爲確準其義見秦九韶數學九章大衍術中今附其法於後以發明前法所未盡者

元法假古
母方方方

半半半

五〇〇四

七一〇二

法列四數先以元母一百七十五與

密方率十四相度得度盡二數之數

為七次以二數相乘以度盡數除之

$$\begin{array}{r} 175 \\ 40 \\ \hline 111 \\ 33 \\ \hline 387 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ 72 \\ \hline 77 \\ 75 \\ \hline 152 \\ 34 \\ \hline 186 \\ 37 \\ \hline 223 \\ 35 \\ \hline 258 \end{array}$$

三五〇〇數二
二〇〇〇平方數

$$\begin{array}{r} 350 \\ 22 \\ \hline 22 \\ 50 \\ \hline 270 \\ 15 \\ \hline 285 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 350 \\ 22 \\ \hline 22 \\ 50 \\ \hline 270 \\ 15 \\ \hline 285 \\ 7 \\ \hline 292 \end{array}$$

得三百五十為二數總母又以二數

總母與微方率數相度得度盡二數

之數為五十以二數相乘度盡數除

之得一千四百為三數總母又以三

數總母與古方率數相度則古方率

四即為度盡二數之數二數相乘度

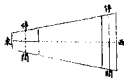
盡數除之仍得一千四百即為四數

總母然後以密方率十四除之得一

從東頭截長五十步計地三畝從西頭截長三十步計地五畝問二濶各多少

答曰東頭元濶一十一步二分 西頭元濶四十一步九分二釐

法曰此問先須求見兩頭各截之停廣求東截停廣者置東頭所截三畝之積七百二十步以截長五十步除之得一十四步四分為東截地之停廣也求西截停廣者置西頭所截五畝之積一千二百步以截



長三十步除之得四十步為西頭所

截停廣也乃立天元一為每步之差

以東頭截長五十步乘之折半得元

以減東頭廣一十四步四分得元分

元為東頭元小濶於上再置天元差

步以西頭截長三十步乘之得元折半得元加入西

頭停廣四十步得元為西頭大濶也內減東頭小

濶餘元步為二濶總差也寄左再立天元每步差

以正長二百四十步乘之得概亦為二濶總差與左
相消得概步如下法上實如法而一得一分二釐八
毫為每步之差也置每步之差以西頭截長三十步
乘之得三步八分四釐折半得一步九分二釐加入
西頭停廣四十步得四十一步九分二釐為西頭元
大濶也又置每步之差以東頭截長五十步乘之得
六步四分折半得三步二分以減於東頭停廣一十
四步四分餘一十一步二分為東頭元小濶也此間

止求每步之差更不須以條段明之

舊術依法求得東停廣與西停廣數乃以二停廣相

減餘以二百而一

謂東截長五十步其停廣當二十五步餘去了一十五步也西截長

三十步其停廣當一十五步餘去了一十五步也兩頭計去了四十步以減於正長二百四十步餘二百

步所得為每步之差乃副置半步之差左以東截長

乘之以減東停廣餘為東元濶也右以西截長乘之

以加西停廣併為西元濶也又法置一步之差以正

長二百四十乘之所得為都濶差也以都濶差加於

小頭濶則為大頭濶也

第四十五問

今有方田一段中心有方田池占之外計地一畝只云
從外田東南隅至內池西南隅一十三步問內外田
方各多少

答曰內池方七步 外田方一十七步

法曰立天元一為內池方以自乘倍之得 49 加入
見積得 169 寄左又列至步自之得一百六十九步



外田方面也

又倍之得三百三十八步與左相消
得讞。〇〇開平方得七步即內池方
也池方自之加入見積再開平方即

依條段求之只據前式便是更不須重畫也只是將
見積打作四段小直田以池面為較以外田方面為
和以斜至步為強然此問惟是其池正在方田中心
可依此法求之若稍有偏側則不能用也 舊術列

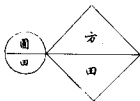
去角步自乘為二位頭位減半田積開平方見內池
面下位加半田積開平方見外田面也

第四十六問

今有方圓田各一段共計積一百二十七步只云其方
面大如圓徑圓徑穿方斜共得二十步問面徑各多
少

答曰方面一十步 圓徑六步

法曰立天元一為圓徑減穿步得二〇一為方斜以自



之得_{三〇}。一為方斜幕於頭再

置天元圓徑以自之又以一步

四分七釐乘之得_{三〇}步為展

起圓田也併入頭位得_{三〇}。

步為展數如積一段寄左然後

列見積一百二十七步兩度下加四

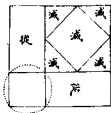
兩度下加四止
是以一步九分

六釐乘之也以一步九分六釐
釐乘之者使方田為斜田也得二百四十八步九分

二釐與左相消得下式_{三〇}。_{三〇}開平方得六步即圓

徑也以徑減穿步即方斜也

依條段求之穿步畧內減去展起見積為實二之穿步為從二步四分七釐虛隅



義曰下式乃展起之圓

積也亦俱是減數也此

數該一步四分七釐之

方又從步內疊出一步

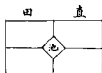
虛隅計得二步四分七釐常法也

舊術曰以一步九分六釐乘田積為頭位又列穿步
自乘內減去頭位餘為實倍穿步為從廉常置二步
四分七釐減從開方

第四十七問

今有直田一段中心有小方池結角占之外計地二千
七十九步只云從田二頭至池角二十一歩半兩邊
至池角七歩半問三事各多少

答曰長六十四歩 濶三十六歩 池方一十五歩



法曰立天元一為內方面身外加四

又加二之頭至步四十三得三巨為

田長也又置池方面身外加四又加

入二之邊至步一十五得三巨為田

濶也長濶相乘得下式三巨為直田積於頭又

置天元池方面以自之得一為內方池以減頭位

得三巨為如積一段寄左然後列見積二千七十

九步與左相消得三巨開平方得一十五步即內

池方面也方面外加四副二位若加兩頭至池步見
長若加兩邊至池步即見濶也

依條段求之積步內減四段邊至與頭至步相乘數為
實併至頭至步倍之又身外加四為從九分六釐常法

義曰水池外有九分六釐常法從
步皆加四者蓋於斜上求方面也



第四十八問

今有方田一段內有直池水占之外有地三百四十步
只云其池廣不及長四步又云從田楞通池長一十
五步問三事各多少

答曰田方二十步 內池長一十步 廣六步

法曰立天元一為池長減於倍道步一為田方面
以自之得四〇上一為田方積於頭再置天元池長內
減較四步一為池濶以天元乘之得四〇上一為直池



積以減頭位得_〇訂。為如積一段
 寄左然後列直積三百四十步與左
 相消得_〇訂下法上實如法而一得
 一十步即池長也以長減於倍通步
 即方田面也

依條段求之四段通步算內減田積為實四之通步
 內減池長為法如法得池長

我曰四之通步為法內欠一箇池長算却用所漏之



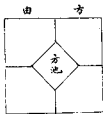
故作法時於四之通步內減去一數也

第四十九問

今有方田一段內有小方池結角占之外計地一萬八百步只云從外田楞至內池角各一十八步問內外方各多少

池補之猶差一池較為法合除之數也既於實積內虛了此數

答曰外田方一百二十步 内池方六十步



法曰立天元一為内方面身外加
 四又加倍至步三十六得取巨為
 田方面以自乘得 144 訂為外方
 積於頭再置天元内方面以自之

得 1 為内池積也以減頭位得 100 訂為如積一
 段寄左然後列真積一萬八百步與左相消得 100
 訂開平方得六十步為内池方面也内方面身外加

四又加倍至步即方面也

依條段求之見積內減四段至步罽為實四之至步
身外加四為從九分六釐常法

義曰從步內加四者是於一箇方
面上求

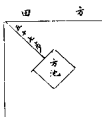


第五十問

今有方田一段自有小方池結角占之外計地九千三

百七十五步只云從外方角至內池面各五十七步
半問內外方各多少

答曰外田方一百步 內池方二十五步



法曰立天元一為內方面

加倍至步一百一十五步

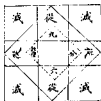
得卅一為外田斜以自之

得卅一為所展方積於

頭再置天元內池面以自

之得_{〇九}一為內池積又就分以一步九分六釐乘之
得下_{〇九}四亦為所展之池積也以減頭位得_{〇九}訂
為一段所展如積寄左然後列真積九千三百七十
五步以一步九分六釐乘之得一萬八千三百七十
五與左相消得_{〇九}訂開平方得一萬步即內方
面也

依條段求之展積內減四段至步冪為實四之至步
為從九分六釐虛常法

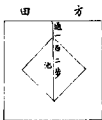


第五十一問

今有方田一段內有小方池結角占之外計地四十五
畝只云從外田南邊斜通池北角一百二步問內外
方各多少

義曰展積時其池亦展得虛了九
分六釐也

答曰外田方一百二十步 内池方六十步



法曰立天元一為内方面身

外加四為池斜以減於倍通

步二百四步得𠄎𠄎𠄎為外方

面以自之得𠄎𠄎𠄎𠄎為方田

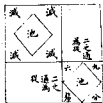
積於頭又置天元内池面以自之得下元一為内方

池也以内方池減頭位得𠄎𠄎𠄎𠄎為如積一段寄左

然後列真積一萬八百步與左相消得𠄎𠄎𠄎𠄎平方

開之得六十步為池方面也

依條段求之四段通步界內減見積為實四之通步
加四為從九分六釐虛隅法



義曰從步身外加四者蓋是於池
斜上求池面也

舊術曰倍通步自乘以田積減之餘折半為實倍通

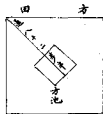
步加四為從廉常置四分八釐減從開方見內方面

第五十二問

今有方田一段內有方池結角占之外計地三十九畝零一十五步只云從田東南角至內池西北面八十二步半問內外方面各多少

答曰外田方面一百步 內池方面二十五步

法曰立天元一為內方面減於倍通步一百六十五



步得卍一為外田斜也以自之得

卍卍一為所展外田積於頭再置

天元池方面以自之為方池積又

就分以一步九分六釐乘之得元

訂為所展方池積也以減頭位得卍卍訂為展起底

如積一段寄左然後列真積三十九畝一十五步通

納得九千三百七十五步又就所展分母一步九分

六釐乘之得一萬八千三百七十五步與左相消得

誦。詎。詎。平。方。開。之。得。二。十。五。步。即。內。池。面。也。以。池。面。減。於。倍。通。步。又。身。外。去。四。即。外。方。面。也。

依條段求之四段通步冪內減展積為實四之通步為從九分六釐常法



義曰元以展積減四段通步冪時漏下一步九分六釐池積今來於從步內疊用了一個方外剩九分六釐

第五十三問

今有方田一段內有五池結角占之外計地八百五十步只云從田角通水長三十七步通水濶三十二步問三事各數

答曰池長二十五步濶一十五步 外田方三十五步

法曰立天元一為內池長減於倍通步七十四步得
一為外田斜也以自之得
一為所展外田積



於頭再置倍通長七十四步內

減倍通濶六十四步餘一十步

乃池長濶差也天且以通長透濶相減於者倍

之亦為長濶差也再置天元池長內減

長濶差得_以一為濶也以天元長乘之得_以一為直

池積也又就分以一步九分六釐乘之得_以直

起底直池積也以減頭位得下式即訂為所展如

積一段寄左然後列真積八百五十步就分以一步

九分六釐乘之得一千六百六十六步與左相消得

卅。惟訂開平方得二十五步為內池長也

以減倍通長步又身

外去四即外田方面也

依條段求之四段通長幕內減辰積為實四之道長於頭以一步九分六釐乘長濶差以減頭位為從九分六釐常法

義曰據從步合用之積於疊起處少了一方今將減積時漏下所展水池補了一甲之地若更得一乙之

併下方為二
之通步為此



併右
方面
為二
之通
步為

其也長



地則共補成一步九

分六釐之地方也原按

圖仍用正方今易為直方庶為簡明今

不可補故於從步內

減去所展差步便是

於從法合用之積內借了一乙之地恰補就一步九

分六釐之方也除補了疊起的一步方外猶剩九分

六釐故以之為常法也

第五十四問

今有方田一段內有直池結角占之外計地一千一百五十步只云從田角至水兩頭各一十四步至水兩邊各一十九步問三事各多少

答曰方四十五步 池長三十五步 濶二十五步

法曰立天元一為池濶加二之邊至步三十八得數一為外田斜以自之得濶訂一為所展外田積於頭



一〇元 一為直池積也又就分以一步九分六釐乘之得

一〇四步為所展之池積也以減頭位得一〇四步為所

展如積一段寄左然後列真積一千一百五十步以

一步九分六釐乘之得二千二百五十五十四步與

二之邊至步內減二之頭至步

餘一十步為池長濶差也再置

天元池濶加差一十步得一〇

為池長也用天元池濶乘之得

左相消得_〇 匪_〇 開平方得二十五步為池濶也

二之邊至步又身外
去四即外方面也

依條段求之展積內減四段邊至步冪為實四之邊至步於頭
以一步九分六釐乘長濶差減頭位餘為從九分六釐虛常法



義曰所展池積內將四段紅

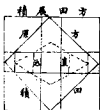
按原

圓處減者以紅色列之積恰補作九分六

釐虛常法其兩箇所占半差於
減從時又以一步九分六釐乘

之者蓋欲合身外加四所乘積也

按展積義多未備此條尤略今具圖說以詳之



義曰外四隅方所減之四至罨
也中十字積為實則池濶為隅
四之至步為從也附直池外斜
方展池積也平分上下二尖形

附於左右二尖形外成一原池濶乘展池正長之直
方展池正長為原池長之一步九分六釐十字積與

展池積之較為實是前從隅內應少原池長之一步
九分六釐又為少原池長濶較之一步九分六釐併
原池濶之一步九分六釐故展較減前從以為從展
隅反減前隅為虛隅也

第五十五問

今有圓田一段內有圓池水占之外計地二十三畝一
分只云內外周徑共相和得四百二十四步問內外
周徑各多少

圖依家率

答曰外周二百八十六步徑九十一步 內周一

百一十步徑三十五步 實徑二十八步

法曰立天元為實徑以減相和

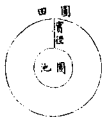
步四百二十四得卅一為內外

周共步用天元實徑乘之得卅一

一為如積兩段寄左然後列二

之真積一萬一千八百八十八步與左相消得卅一開

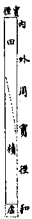
平方得二十八步為實徑也以徑步除田積於頭位



又二十二乘徑步如七而一得數若加頭位即外周若減頭位即內周也

義曰以徑步除田積所得乃半內周半外周共步也又據古率三箇實徑即是半箇外內周差步也緣此間係是密率故以二十二乘徑以七約之也即得半差以加共步即是外周以減共步即是內周也又據古率三之實徑以加減共步者緣共步便三空徑三實徑共數也於此共數內加三實徑則恰是三箇大

圓徑故為一箇外周也若共數內減去三實徑則正
 有三箇小圓徑故為一箇內周也今是密率故先以
 二十二之七而一所以附就此數以求內外周也
 依條段求之倍積步為實和步為從一益隅



義曰以和步為從
 是於內外周數外

又引出一步虛常法也

第五十六問

今有圓田一段內有圓池水占之外計地二十三畝一分只云從外田通內池徑六十三步問同前

答同前



法曰立天元為實徑加通步六十三得 卅六 一為外田徑以自之得下 卅卅一 為外圓徑 冪 又十一之得下式 卅卅一 為十四段

外圓積於頭再置天元實徑以減通步得 卅一 為內

圓徑以自之得 $三三三$ 一為內圓徑冪又十一之得 $三三$
一為十四段內圓積也以減頭位得下式 $三三$ 步為
十四段如積寄左然後列真積二十三畝一分法通
得五千五百四十四又就分一十四之得七萬七千
六百一十六與左相消得 $三三$ 下法上實如法而一
得二十八步為實徑也以實徑加通步即外徑若減
通步即內池徑也

依條段求之十四之積為實四十四之通步為法求

得實徑

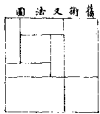
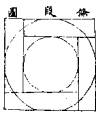
此十四箇真積便是實徑為平

七箇內外周為長一段真田也

此問難以為式強立此式以推之每積之長乃三箇
通步今十四之積合以四十二箇通步除之今用四
十四之通步為法者緣密率之周稍多於古率之周
也假令古率七箇積即合用二十一箇通步為法若
依密率七箇積即合用二十二箇通步為法此問乃

併十四之積為實是合用四十四箇通步為法也
舊術曰二十二之通步如七而一為法除田積見徑
又法倍通步自之又十一之於上以十四之積減上
餘為實四十四之通步為法見池徑

按條段皆於立天元一內取出而於方圓變積之
義或未暇深思故謂難以為式若以方環圓環解
之固易易耳今增一圖義於後而舊術又法先求
池徑更可互相發明因並附焉



義曰圓幕率十一方幕率十四以十四
 乘圓環積便為十一方環積每環為實
 徑乘過步之直方四故以十一方環積為
 實四十四過步為法即得實徑也

義曰倍過步即大小徑併其幕內有
 大小徑幕各一大小徑相乘直方二
 內減圓環積所變之方環積餘小徑
 幕二大小徑相乘之直方二又為小

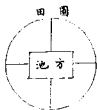
徑乘大小徑併之直方二又為小徑乘通步之直方
四故以十一倍之積較為實四十四之通步為法即
得小徑也

第五十七問

今有園田一段內有直池水占之外計地八千七百四
十四步只云兩頭至田楞各二十一步兩畔至田楞
各四十五步問三事各數

答曰田徑一百二十四步 池長八十二步 問

三十四步



法曰立天元一為池濶加二之畔至

步得 ㊦ 一為外田徑以自之得 ㊦

一為田徑濶以三之得 ㊦ 為四

段圓田積於頭二至步相減餘二十

四步又倍之得四十八步為池長濶差也再立天元

池濶加差得 ㊦ 一為池長以天元濶乘之得 ㊦ 一為

池積又就分四之得 ㊦ 為四段直池積以減頭位

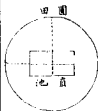
義曰八處以紅誌之者共是從內所減之數也

舊術曰四之積步於上又倍一畔步自乘三之減上餘為實又併一頭一畔步六之內減了長濶之差餘為從廉常置一步減從開方見池濶也

第五十八問

今有園田一段內有直池占之外計地一千五百八十七步只云從田楞通地長四十二步通地濶三十七步問三事各數

答曰田徑五十四步 池長三十步 濶二十步



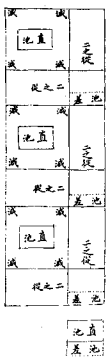
法曰立天元一為內池長以減
倍通長八十四步得三十一為田
徑以自之得三十一為田徑

以三之得九十三為四段圓田於頭再立天元一為
池長內減長濶差得一為池濶以天元一乘之得

三十一又就分四之得三十一為四段池積求長濶差者倍通長內減

倍通濶以減頭位得下式三十一為四段如積寄左
即是也

然後列四之真積六千三百四十八步與左相消得師_四一
 開平方得三十步為內地長也以長減倍通長即田徑也
 依條段求之十二之通步算內減四之見積為實十
 二之通步內減四差為從一步常法



大司馬

益古法

卷

義曰十二之從步內減去了三箇差又以三箇漏下
池積補了疊起底三步虛方外猶剩一池更用一差
減從併上所剩之一池恰補成一步常法也

第五十九問

今有二方夾一圓尖却圓水占外有田積一十一畝五
分五釐其方圓相去重重徑等問方圓各多少

答曰內方面一十二步 圓徑三十六步 外方
面六十步



法曰立天元一為等數五之得

卍為外方面自之得元卍為外

方積於頭一次立天元一為等

數以三之得卍為中圓徑以自

之得元卍為圓徑冪又三之四而一得元卍為池積以

減頭位得元卍為外田積內減了中圓積之數於次

位一再立天元等數便為內方面以自之得元一為內

方積却加入次位得下元為如積一段寄左然後列

真積一十一畝五分五釐以畝法通得二千七百七十
二步與左相消得_一步下法上實如法而一得一百
四十四步再開平方得一十二步為等數也便是內
方面也三之為中國徑五之為外方面 凡問更無
條段舊法以十九步二分半除積步得內方羅只是
以一步推之也假令內方一步則圓徑三步外方面
五步也於外方積二十五步之內減了中國積六步
七分半却加入內方積一步計得十九步二分半也

第六十問

今有二圓夾一方失却中方水占外有田積一十四畝
一分七釐半其方圓相去重重徑等問方圓各幾何
答曰內圓徑一十八步 方面五十四步 外圓
徑九十步



法曰立天元一為等數以五之為外
圓徑以自之得元元三三為外徑外徑又三
之四而一得田為外田積於頭再立

天元等數以三之為中方面又自之得^元。三為中方
幕以減頭位得^元。三三為外圓積內減了中方幕之數
於次位又置天元等數使為內圓徑以自之得^元。一
為內徑幕又三之四而一得^元。三三為內圓積也却加
入頭位得^元。三三為如積一段寄左然後列真積一十
四畝一分七釐半以畝法通得三千四百二步與左
相消得^元。三三下法上實如法而一得三百二十四步
再開平方得一十八步為等數便是內圓徑也割置

之三因為中方面五因為外圓徑也 此問與前問
意同更無條段舊法以十步半除積步得內徑竅亦
只是以一步推之假令內圓徑一步則是中方面三
步外圓徑五步先置外圓積一十八步七分半內減
了中方積九步却加內圓積七分半共得一十步半
也

第六十一問

今有方田一段靠西北隅有圓池水占之外計地九百

二十五步只云從外田東南隅至池楞二十五步問
面徑各多少

答曰外田方面三十五步 內池徑二十步



斜穿於頭再立天元圓徑以自之為冪又以一步四

法曰立天元一為內池徑身外加
二得卅為池東南楞至田西北角
也又加斜至步二十五步得卅七
為外田斜以自之得卅十卅為田

分七釐乘之得元。卽為所展圓池積以減頭位得卍

10 卍 為所展如積一段寄左初止天元身外加二者以方求斜合加四令求

一平故加二也按加二係以方求平方半斜和之數也然後列真積九百二十

五步就分以一步九分六釐乘之得一千八百一十

三步與左相消得卍平方開得二十步為池徑

也池徑外加二又添入斜至步却身外除四即外方

面也

依條段求之展積內減斜至幕為實倍至步身外加

二為從三釐虛常法減從開平方



義曰於一方外虛了四分七釐
從上帶了四分外虛七釐又於
從上乘起四釐外猶虛三釐故
以三釐為常法此圖內二分合

畫作極細形狀與四分七釐外圓邊正自相應今不
應者但二分差潤耳所以畫作差潤之狀者正欲易
辨二分之數也

按原圖式有附斜至冪外磬折形無附池徑冪外
磬折形且二形相離皆傳本之誤也故義中所論
亦不知其何指今訂補此圖二分不必加濶未嘗
不易辨也

第六十二問

今有方田二段靠西北隅有方池結角占外計地四畝
一十五步只云從田東南隅斜至水方面一十九步
問內外面各多少

以條段求之展積內減至步幕為實二之至步以一
步四分八釐乘之為從二分三釐四絲為常法



數除外有一段四分自乘數該一分六釐於上又有

義曰此一問其展起積時
於一池之外虛了九分六
釐却於一箇從步內加四
分八釐二箇從步計加了
九分六釐恰就了所展虛

兩段四分乘八釐數

按附自
赤方外

該六釐四毫於次又有

一段八釐自乘數

按小
方備

該六毫四絲於下三位併得

二分三釐四絲此數係是於展積內實有之數故以
常法也

舊術以四十九乘田積如二十五而一于頭位以至
水步自乘減頭位為實餘與條段同

按原圖式四分八釐方內按分釐數細分之因其
數甚微又以分數釐數作等數分之終不免混淆

今以廉隅線易之

第六十三問

今有大圓田一段大小方田二段其小方田內有圓池
水占之外共計積六萬一千三百步只云小方田面
至池楞三十步大方田面多於小方田面五十步其
圓田徑又多於大方田面五十步問四事各多少

答曰小方田面一百步 池徑四十步 大方田

面一百五十步 圓田徑二百步



法曰立天元一為內池徑加二之至

水六十步為小方面於小方面上又

加入大小方面差五十步即大方面

也於大方面上又加入大圓徑大方

面差五十步即大圓徑也具圖於左

一內圓徑〇 | 一小方面10 |

一大方面10 | 一大圓徑10 |

乃先置天元內圓徑以自之又三之

得^〇Ⅲ為四段圓池積於上又置小方面^{10^〇}Ⅰ以自
 之得^〇Ⅲ^〇Ⅰ為小方積以四之得下式^〇Ⅲ^〇Ⅲ為四
 段小方積於次又置大方面以自之得^〇Ⅲ^〇Ⅰ為大
 方積四之得^〇Ⅲ^〇Ⅲ為四段大方積於下又置大圓
 徑下式^〇Ⅲ^〇Ⅰ以自之得^〇Ⅲ^〇Ⅰ為大圓徑冪以三之
 得下式^〇Ⅲ^〇Ⅲ為四段大圓積於下位之次併下三
 位得下式^〇Ⅲ^〇Ⅰ於右以四池積^〇Ⅲ減於右得^〇Ⅲ
 非^〇Ⅲ為如積四段寄左然後列真積六萬一千三百

步就分四之得二十四萬五千二百步與左相消得
非^〇卅平方開之得四十步為內池徑也各加差步
即各得方面與圓徑也

依條段求之四之田積於頭位內減三段

按落大圓
徑三字

多池徑冪又減四段大方面多池徑冪又減十六段
至水步冪為實六之圓田多池徑步又八之大方田
面多池徑步又十六之至水步三位併之得二千三
百二十步為從法慮常置八步間平方

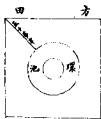
義曰三段圓徑箒乃四箇圓田積此數內有三箇方也其四段大方田積內有四箇方也其四段小方積每箇圓池外餘二分半四池計餘一步方也三位上併帶八步方

第六十四問

今有方田一段中心有環池水占之外計地四十七畝二百一十七步只云共環水內周不及外周七十二步又從田四角至水各五十步半問內外周及田方

方各多少

答曰外周一百八十步 內周一百八步 田方
一百一十五步



元池內徑得卅一為池外徑又加倍至步一百一十步得

法曰立天元一為池內徑
先以六除內外周差七十
二步得一十二步為水徑
倍之得二十四步加入天

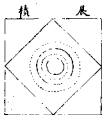
下式 $\text{圖} \text{一}$ 為外田斜以自之得 $\text{圖} \text{二}$ 。一為田斜冪於
 頭位再立天元池內徑加入二之水徑得 $\text{圖} \text{三}$ 。一為池
 外徑以自之得 $\text{圖} \text{四}$ 。一為外徑冪又以一步四分七
 釐乘之得下式 $\text{圖} \text{五}$ 。步為展起底外圓積於次上
 再立天元一池內徑以自之。一亦以一步四分七
 釐乘之得 $\text{圖} \text{六}$ 。為展起底內圓積以減次上得 $\text{圖} \text{七}$
 $\text{圖} \text{八}$ 。為所展底池積也。以此池積減頭位得下式 $\text{圖} \text{九}$
 步 $\text{圖} \text{一}$ 為展起如積一段寄左然後列真積四十七

畝二百一十七步以畝法通紉之得一萬一千四百九十七步又就分以一步九分六釐乘之得二萬二千五百三十四步一分二釐與左相消得下式

開一開平方得三十六步即池內徑也三之為內周又加差為外周置內徑加二之水徑又加倍至步為外方斜也置外方斜身外去四即外田方面也

依條段求之以一步九分六釐乘田積於頭位以水徑加至步以自之為筭又四之以減頭位又倍水徑自乘又以

一步四分七釐乘之却加入頭位為實又水徑加至步
 四之於頭位又三之水徑以一步九分六釐乘之減頭位
 為從一步常法此間圖式有三第一式即所畫原樣
 是也以一步九分六釐乘之變為斜罩其式如後



右第二式也黑者為元間
 點者盡是展數恐糝糊難
 辨再具加減圖式於下更
 不見舊式也



三段展起底水徑乘內圓徑直田積也此係展環之
 虛數也今以至步並水徑共為從故於內却除去水
 徑之虛步也必須以一步九分六釐乘水徑而去從
 者緣二停虛環並是展起之積故減從時將水徑亦

右第三式也其圓環以條
 段命之只是一箇方環內
 取四分之三也却加入三
 段展起底水徑羃外只有

展起而減之也

按展水徑展內圓徑皆於原數身外
加四分今以內圓徑為不動則水徑若

兩度加四款以一步
九分六釐乘之也



益古演段卷下