

# 古为今用、自主创新的典范

## ——吴文俊院士的数学史研究

■ 李文林

一位学者，在壮年时赢得了共和国首届国家自然科学一等奖，八十高龄时从国家主席手中接过了首届国家最高科学技术奖奖状，年近九旬时又捧回了被誉为“东方诺贝尔奖”——“邵逸夫数学奖”的国际大奖证书。这样辉煌的科学生涯，堪称是奇迹。今天，我们庆祝奇迹的创造者吴文俊院士九十华诞，这是我国数学界的节日，也是我们数学史工作者的节日。

“邵逸夫数学奖”评奖委员会评论吴文俊的获奖工作——数学机械化“展示了数学的广度，为未来的数学家们树立了新的榜样”。在这里，笔者想加一句话：吴文俊院士开拓的数学机械化领域同时揭示了历史的深度，为我们树立了古为今用、自主创新的典范。

1975年，正当“文革”已近尾声，国内基础理论研究处在整顿复苏的前夕，《数学学报》上发表了一篇署名为“顾今用”的文章：《中国古代数学对世界文化的伟大贡献》。该文通过对中西数学发展的深入比较与科学分析，独到而精辟地论述了中国古代数学的世界意义，当时在数学界引起了不小的震动。

“利爪见雄狮”，人们很快就弄清了“顾今用”就是著名数学家、中科院院士吴文俊的笔名。从那以后，吴文俊院士又发表了一系列数学史论文，他在这方面的工作及其影响，事实上在20世纪80年代开辟了中国数学史研究的一个新阶段。与此同时，正如“顾今用”这一笔名所预示的，吴文俊院士的数学史研究是与他的数学研究紧密相关，并逐步开拓出一个既有浓郁中国特色又有强烈时代气息的数学领域——数学机械化。

以下我们从三个方面来介绍吴文俊院士对于数学史研究的卓越贡献。

### 一、中国数学史研究的新阶段

吴文俊的数学史论著包含了丰富的成果，但有一个贯串始终的主题，就是中国古代数学对世界数学主流的贡献。为了充分理解吴文俊在这方面研究工作的意义与影响，这里有必要对他介入中国数学史研究时这一领域的状况作一简要分析。

我们知道，长期以来西方学术界对中国古代数学抱有根深蒂固的偏见。起先是不承认中国古代存在有价值的数学成就，直到19世纪末20世纪初，西方出版的数学史著作（如M. Cantor, D. E. Smith, F. Cajori等人的著作）中，才开始出现关于中国古代数学的专门章节，其中的论述主要是依据17世纪以后来华的一批传教士们的零散工作以及日本学者的研究。日本学者中最有代表性的是三上义夫，他在1913

年出版了第一部用英文撰写的东亚数学史专著《中国和日本数学之发展》，该书被西方学者广泛引用。

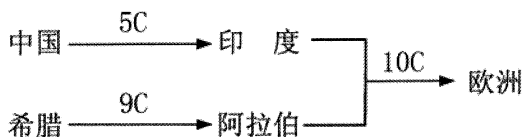
上述这些著述在西方学者认识中国古代数学之存在方面是有功绩的。但由于这一阶段的研究深度有限，这些著述还不足以回答部分西方学者关于中国古代数学独立性的疑问，即中国古代数学是否是其它古代文明（如古巴比伦、古印度和古希腊）的舶来品？例如，尽管毫无根据，有人却认为中国古代数学知识是从古希腊传入的。

从20世纪30年代起，李俨、钱宝琮以及稍晚的李约瑟开展了现代意义上的中国数学史研究。其中李约瑟的工作，由于是用英文写成的，在西方学术界影响更大。他1959年出版的《中国科学技术史》第3卷，通过广泛而深入的中西比较，批驳了在部分西方学者中流行的中国数学来源于古希腊或古巴比伦的谬说，对中国与印度之间的数学交流也作出了客观的分析，得出了数学上“在公元前250年到公元1250年之间，从中国传出去的东西比传入中国的东西要多得多”的结论。李约瑟的观点逐渐被一些公正的西方学者所接受。

但是，对于中国数学的偏见与误解至此并没有真正消除，不过争论的焦点却转移到了所谓“主流性”的问题上，具体地说，就是有些西方学者坚持认为中国古代数学不属于所谓数学发展的主流。例如，在1972年出版的一本颇有影响的西方数学史著作（《古今数学思想》）中，作者在前言中这样写道：“我忽略了几种文化，例如中国的、日本的和玛雅的文化，因为他们的工作对于数学思想的主流没有影响。”因此，这个主流问题不解决，中国古代数学的意义就不足称道。而吴文俊院士从20世纪70年代中期开始的数学史研究，恰恰在揭示中国古代数学对世界数学发展主流的影响方面做出了特殊的贡献，从而将中国数学史研究推向了一个新阶段。

## 二、数学史研究的新思路

吴文俊的研究首先是从根本上澄清什么是数学发展的主流。他第一个明确提出：从历史来看，数学有两条发展路线。“一条是从希腊欧几里得系统下来的，另一条是发源于中国，影响到印度，然后影响到世界的数学”（《在中外数学史讲习班开幕典礼上的讲话》，1985）。事实上，早在1975年的论文中，吴文俊已经用以下简图概括了数学发展过程中的两条思想路线（C表示世纪）：



这就是说，数学发展的主流并不像以往有些西方数学史所描述的那样只有单一的希腊演绎模式，实际上还有与之相平行的中国式数学。而就近代数学的产生而言，后者甚至更具有决定性的（或者说主流的）意义。

以微积分的发明为例，吴文俊指出：“微积分的发明从开普勒到牛顿有一段艰难的过程。在作为产生微积分所必要的准备条件中，有些是我国早已有之，而为希腊所不及的。”吴文俊还根据对数学史的具体考察，分析了在微积分这一重大科学创造活动中希腊式数学（如穷竭法、无理数论等）的脆弱性以及中国式数学（如十进小数制、极限概念、与西方数学史家盛称的所谓Cavalieri原理相等价的“祖暅原理”或“刘祖原理”等）的生命力。因此十分清楚，如果人们承认微积分的发明是属于所谓数学发展的“主流”的话，那么，就不应当否认中国古代数学对这一主流的贡献。

数学史的结论是以可靠的史料与科学的分析为基础的。吴文俊从20世纪70年代中期开始，花费了大量精力直接钻研中国古代数学

文献，围绕着中国传统数学的特点及其对世界数学主流的影响等问题，开展了空前系统而深入的研究。

针对某些西方学者认为中国古代没有几何学的偏见，吴文俊首先从几何学入手，他的研究揭示了一个与欧几里得几何风格迥异的中国古代几何体系。这一体系不是采用“定义——公理——证明——定理”那种演绎系统，而是从几条简明的原理出发，在此基础上推导出各种不同的几何结果。吴文俊提到的“简明原理”有：

1. 出入相补原理；
2. 刘徽原理；
3. 祖暅原理。

其中，“出入相补原理”和“刘徽原理”都是吴文俊在研究刘徽著作的基础上首次概括出来的，特别是出入相补原理，已成为解释中国古代几何中许多疑难问题的一把金钥匙。

用现代术语表述，出入相补原理相当于说：一个平面或立体图形被分割成几部分后，面积或体积的总和保持不变。吴文俊本人用它来成功地复原了刘徽《海岛算经》中的重差公式、秦九韶《数书九章》中的三角形面积公式的证明等等，而这些公式的来源曾使以往的数学史家长期感到迷惑或争论不休。尤为重要的是，吴文俊在他关于重差术与天元术的关系的研究（见参考文献[1]）中发现，正是出入相补原理，引导中国古代数学家将几何问题转化为代数方程求解，从而逐步形成了中国古代几何不同于希腊几何的另一个更为本质的特征——几何代数化，而几何代数化在近代数学的兴起过程中有着不可低估的作用。

吴文俊认为，“代数无疑是中国古代数学中最发达的部门”，他对中国古典代数学的研究所引出的最重要结论是，指出“解方程是中国传统数学蓬勃发展的一条主线”。吴文俊对从《九章算术》中解线性联立方程组的消元法，到宋元数学家解高次方程的数值方法（增乘开方法、正负开方法），以及特别是朱世杰等人的“四元术”中所包含的多项式运算与消元技术，开展了全面的考察，并且将这些算法编成

程序在计算机上加以实施。正是在这里，吴文俊对中国古代数学的特点的理解趋于成熟，他在20世纪80年代中的一系列文章里，明确地、反复地强调：“就内容实质而论，所谓东方数学的中国数学，具有两大特色，一是它的构造性，二是它的机械化。”（见参考文献[2]）

中国古代数学的构造性与机械化这两大特点的概括，为人们科学地、全面地理解数学发展的客观历程指明了正确的方向。在吴文俊的影响下，20世纪80年代中国数学史界连续掀起了对中国古代数学再认识的研究高潮。这期间，仅吴文俊本人主编的中国数学史著作就有：《〈九章算术〉与刘徽》（1982）、《秦九韶与〈数书九章〉》（1987）、《〈九章算术〉及其刘徽注研究》（1990）、《中国数学史论文集（1-4）》（1985-1996）等，最近又推出了10卷本巨著《中国数学史大系》。吴文俊的观点在国外也产生了广泛的影响。1986年，在美国伯克利举行的国际数学家大会上，他应邀作了关于中国数学史的45分钟报告。

这里必须说明的是，吴文俊以构造性、机械化的数学与演绎式、公理化的数学相对，从根本上肯定了中国古代数学对世界数学发展主流的贡献。但这并不意味着他对演绎式、公理化数学的否定，相反地，吴文俊认为，数学研究的两种主流“对数学的发展都曾起过巨大的作用，理应兼收并蓄，不可有所偏废”，说明了他对数学史的客观与科学的态度。

### 三、数学史研究的科学方法

吴文俊在数学史领域中的创造性见解与成果的获得，是与他所提倡和恪守的科学的研究方法分不开的。吴文俊在对中国数学史研究的现状进行了深入的调研分析后发现，以往的中国数学史研究中存在着一个普遍而又严重的方法论缺陷，就是不加限制地搬用现代西方数学符号与语言来理解中国或其它文明的古代数学。吴文俊认为，

这种错误的研究方法乃是对中国古代数学的许多误解与谬说的根源之一。他指出：“我国传统数学有着它自己的体系与形式，有着它自己的发展途径与独创的思想体系，不能以西方数学的模式生搬硬套。”

作为一位严肃的科学家，吴文俊提出了研究古代数学史的方法论原则。他曾在不同场合多次阐明这些原则，并在国际数学家大会45分钟报告中将其提炼为：

原则一：所有研究结论应该在幸存至今的原著的基础上得出。

原则二：所有结论应该利用古人当时的知识、辅助工具和惯用的推理方法得出。

为了说明吴文俊提出的上述原则对于数学史研究的功效与意义，这里举一个例子——吴文俊对海岛公式证明的复原，这是他在数学史方面一个关键的发现。刘徽《海岛算经》第一问中的海岛公式为：

$$\text{岛高} = (\text{表高} \times \text{表距}) / \text{表目距的差} + \text{表高}。$$

刘徽的证明和所用的图已经失传，后人补了许多证明，用到三角学、欧氏几何（如添加平行线）等，吴文俊指出这样做是没有根据的，因为中国古代没有三角学，也没有平行线概念。为了合理地重构海岛公式，吴文俊首先注意到海岛公式是由《周髀算经》中的日高公式：

$$\text{日高} = (\text{表高} \times \text{表距}) / \text{影差} + \text{表高}，$$

改日高为岛高变来的。他深入研究了与刘徽几乎同时代的另一位数学家赵爽为《周髀算经》作注遗留下来的“日高图”及其图说，根据这些残缺不全却是原始的信息，利用《九章算术》中经常出现的“出入相补”原理，吴文俊复原了赵爽的“日高图”，并补出了日高公式的证明。如图：





$$S = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)}$$

相等价，以往由于秦九韶公式来历不明，某些数学史家认为它是由已传入中国的海伦公式推得的。吴文俊对秦九韶公式证明的复原，为驳斥这种西方传入说提供了令人信服的依据。

吴文俊的古证复原原则，很快被证明是探索中国古代数学史的正确途径，同时也适用于一般的数学史研究。吴文俊首次运用这些原则的论文《出入相补原理》，最初发表在《中国古代科技成就》（见参考文献[4]）一书中，后来被译成英文，已成为被引用频率最高的数学史论文之一。国内外许多学者竞相效法，运用上述的古证复原原则，从中国古代固有的一些简单原理出发，获得了大量的研究成果。现在，吴文俊提出的古证复原原则，已被越来越多的数学史同行所认同，它本身就成为数学史界乃至整个科学史界的宝贵财富。

#### 四、古为今用的典范

数学史研究的重要意义之一，就是从历史的发展中获得借鉴和汲取教益，促进现实的数学研究，通俗地说就是“古为今用”。吴文俊对此有精辟的论述，他说：“假如你对数学的历史发展，对一个领域的发生和发展，对一个理论的兴旺和衰落，对一个概念的来龙去脉，对一种重要思想的产生和影响等这许多历史因素都弄清了，我想，对数学就会了解得更多，对数学的现状就会知道得更清楚、更深刻，还可以对数学的未来起一种指导作用，也就是说，可以知道数学究竟应该按怎样的方向发展可以收到最大的效益。”吴文俊本人的数学史研究从一开始就贯彻了这种古为今用的原则，其最丰硕的成果就是数学机械化理论的创立。下面我们重点就吴文俊在创立数学机械化理论的道路上的两个转折关头，数学史研究所起的作用进行粗浅的分析。

第一个转折是从布尔巴基式的数学转向数学机械化研究，这大约是从1976年下半年开始的，即在吴文俊涉足中国数学史研究一年以后。如上所述，吴文俊根据对中国数学史的研究，肯定了数学发展中与希腊演绎式数学相对的另一条主流——构造性、机械化数学的存在。这一认识与他对当时方兴未艾的计算机科学必将给数学带来深刻影响的敏锐预见相结合，促使吴文俊毅然决定从拓扑学研究转向数学机械化研究，并且首先在几何定理证明方面取得了突破，于1976年至1977年之交成功地提出了对某一类非平凡几何定理的机械化证明方法。

根据吴文俊的几何定理机器证明论文以及他的有关自述，他的几何定理机器证明方法至少具有以下三方面的历史渊源：

1. 中国古代数学中的几何代数化倾向。这一点我们在前面已经有所介绍。正如吴文俊本人在《几何定理机器证明的基本原理》一书的引言中所说的，“几何定理证明的机械化问题，从思维到方法，至少在宋元时代就有蛛丝马迹可寻。虽然这是极其原始的，但是，仅就著者本人而言，主要是受中国古代数学的启发。”
2. 笛卡儿解析几何思想。吴文俊指出，笛卡儿《几何学》不仅为几何定理证明提供了不同于欧几里得模式（即从公理出发按逻辑规则演绎地进行，一题一证，没有通用的证明法则）的可能性，而且开创了可用计算来证明几何定理的局面。
3. 希尔伯特《几何基础》。吴文俊在希尔伯特的著作中发现，希尔伯特首先指出了几何定理可以不必逐一证明，而是一类定理可以用统一的方法一起证明；在引入适当的坐标后，这种统一的方法也可以算法化。吴文俊的这一发现是出人意料的，因为希尔伯特《几何基础》向来被奉为现代公理化方法

的经典，能够从中找到定理证明机械化的思想借鉴，这反映了吴文俊对历史考察的深度。

吴文俊注意到，希尔伯特是第一个试图使数学全部机械化的数学家，其著名的数理逻辑纲领由于哥德尔不完全性定理而遭受挫折。吴文俊却指出：希尔伯特的想法有些部分仍是可行的，关键是选择适当的范围，使一方面在这缩小的范围内的定理可用统一的方法证明（或否证），另一方面这个范围又包含了足够的有意义的定理。吴文俊关于初等几何的机械化定理和初等微分几何的机械化定理，恰恰都给出了这种适当的范围。吴文俊希望用这种方式跨越数学的诸领域。这样，吴文俊的定理证明机械化理论，很清楚正是循着下面的历史轨迹发展的：

中国古代数学 → 笛卡儿 → 希尔伯特。

吴文俊创立数学机械化理论的另一个转折点，是由单纯的几何定理证明到更一般的解方程。这一转折也有着很强的数学史背景。我们知道，笛卡儿的解析几何不过是他建立所谓“通用数学”计划的一个具体实现。笛卡儿的“通用数学”实际上是一个将一切问题化为代数方程问题来求解的计划，吴文俊多次在讲演与论文中征引载于笛卡儿未完成的著作《指导思维的法则》中的这一计划。吴文俊本人研究几何定理机器证明的实践，也使他认识到：许多问题最后都归结为解方程，而定理机器证明可看成是解方程的特殊应用。这促使吴文俊提出了一个后来被证明卓有成效的将问题化为代数方程求解的数学机械化方案，其中最关键的步骤是将代数方程组化为单个代数方程。

笛卡儿当初显然忽视或低估了这方面的困难，他在《几何学》一书中倾力给出了解一元高次方程的机械作图法，而对怎样将多元方程组化为一元方程则未置一词。在欧洲，较系统的多元高次代数方程

消元法直到18世纪末才出现在E·别朱(1730-1783)等人的著作中,而至今国外尚无完整的求解非线性多项式方程组的方法。目前唯一完整的方法是吴文俊发现的三角化整序法,国际上称之为“吴算法”,而吴算法恰恰有着中国数学史的借鉴,就是宋元数学家的“四元术”等。吴文俊本人说道:“我解方程的方法基本上可以说是从朱世杰那儿来的,他用消去法,一个个消元,方法上可以说有个原始的样板。当然朱世杰没有什么理论,很粗糙,就是算;我发展下来,有一个真正现代数学的基础,就是代数几何。”

吴文俊上述这段话表明,从历史借鉴到理论创新并不是当然的过程,如果停留于历史的考察,那么“借鉴”将只能是一种愿望或设想。正是在这里,需要数学家们高度的创造性。例如上面提到的吴文俊的三角化整序法,正是在现代代数几何的基础上发展宋元数学家的消去法,并且打破现代代数几何研究中的理想论论式传统,恢复零点集论式而取得的巨大成功。又如,在初等几何定理证明中,将杂乱无章的代数关系式整理成序是问题的关键,这也需要代数几何的帮助,吴文俊摆脱了流行的存在性理论,采用经他本人改造的构造性理论而使问题有所突破,等等。这些应该是数学机械化的专门内容了。

综观中外数学史,许多重大的发明都是历史借鉴与当代创造的完美结合。吴文俊的数学机械化理论,提供了又一个范例。从吴文俊的数学史研究,到他的数学机械化理论的创立、完善,其中有许多问题本身就是数学史研究饶有意义的课题,值得数学史与数学工作者认真探讨。

### 五、丝路精神,光耀千秋

2002年8月,举世瞩目的第21届国际数学家大会在北京召开,吴文俊院士荣任大会主席,他在开幕式主席致词中指出:

“现代数学有着不同文明的历史渊源。古代中国的数学活动可以追溯到很早以前。中国古代数学家的主要探索是解决以方程式表达的数学问题。以此为线索他们在十进制值制记数法、负数和无理数及解方程式的不同技巧方面做出了贡献。可以说中国古代的数学家们通过‘丝绸之路’与中亚甚至欧洲的同行们进行了活跃的知识交流。今天我们有了铁路、飞机甚至信息高速公路，交往早已不再借助‘丝绸之路’，然而‘丝绸之路’的精神——知识交流与文化融合应当继续得到很好的发扬。”

正是为了发扬丝路精神，就在北京国际数学家大会召开的前一年，吴文俊院士从他荣获的国家最高科技奖奖金中先后拨出100万元人民币建立了“数学与天文丝路基金”（简称“丝路基金”），鼓励支持有潜力的年轻学者深入开展古代与中世纪中国与其它亚洲国家数学与天文学沿丝绸之路交流传播的研究，努力探讨东方数学与天文遗产在近代科学主流发展过程中的客观作用与历史地位，为我国现实的科技自主创新提供历史借鉴，同时通过这些活动逐步培养出能从事这方面研究的年轻骨干和专门人才。

诚如前述，吴文俊院士自上世纪70年代以来的数学史研究揭示了数学发展史上的两大主要活动：证明定理和求解方程。定理证明是希腊人首倡，后构成数学发展中演绎倾向的脊梁；方程求解则繁荣于古代和中世纪的中国、印度，导致了各种算法的创造，形成了数学发展中强烈的算法倾向。统观数学的历史将会发现，这两大活动构成了数学发展的两大主流，二者相辅相成，对数学的进化起着不可或缺、无可替代的重要作用。特别应该指出的是，正是沿丝绸之路进行的知识传播与交流，促成了东西方数学的融合，孕育了近代数学的诞生。

然而，遗憾的是，相对于希腊数学而言，数学发展中的东方传统与算法倾向并没有受到应有的重视甚至被忽略。有些西方数学史家就公

然声称中国古代数学“对于数学思想的主流没有影响”。要澄清这一问题，除了需要弄清什么是数学发展的主流，同时还需弄清古代中国数学与天文学向西方传播的真情实况，而这种真情实况在许多方面至今仍处于层层迷雾之中。揭开这层层迷雾，恢复中西数学与天文传播交流历史的本来面目，丝绸之路是一条无可回避和至关重要的线索。

中国古代数学在中世纪曾领先于世界，后来落后了，有许多杰出的科学成果在14世纪以后遭到忽视和埋没，有不少甚至失传了。其中有一部分重要成果曾传到亚洲其它国家，特别是沿丝绸之路流传到中亚各国并进而远播欧洲。因此，探明古代中国与亚洲各国沿丝绸之路数学与天文交流的情况，对于客观地揭示近代数学中所蕴涵的东方元素及其深刻影响，无疑具有正本清源的历史价值。

当今中国正处在加速社会主义现代化建设，赶超世界先进水平的重要历史时期。我们要赶超，除了学习西方先进科学，同时也应发扬中国古代科学的优良传统。在这方面，吴文俊院士本人身体力行，同时也大力提倡年轻学者继承和发扬中国古代科学的优良传统并在此基础上做出自己的创新。要继承和发扬，就必须学习和发掘。因此，深入发掘曾沿丝绸之路传播的中国古代数学与天文遗产，对于加强我国科学技术的自主创新同时具有重要的现实意义。

这方面的研究以往由于语言和经费等困难在国内一直没有得到应有的开展，而推动这方面的研究，是吴文俊先生多年来的一个宿愿。他设立的“数学与天文丝路基金”，必将产生深远影响。几年来，在吴文俊丝路基金的支持、推动下，有关的研究得到了积极的开展并取得了初步的成果，由吴先生任名誉主编的大型丛书《丝绸之路数学名著译丛》已由科学出版社出版(2008)，同时还出版、发表了一系列中外数学天文史比较研究的专著和研究论文。特别是，吴文俊丝路基金支持的分布各地的课题组，已形成一支中外数学天文史比较研究的、有发展潜力的中青年专家队伍。另外，吴文俊丝路基金支持的“沿着

丝绸之路”等国际会议的成功召开，有力地促进了这方面的国际交流与合作。“千里之行始于足下”，吴文俊“数学与天文丝路基金”所开辟的数学史方向，已经有了良好的开端，必将引导更多的有志之士特别是年轻学者投身探索，为弘扬中华科学的光辉传统与灿烂文化，同时也为激励更多具有中国特色的自主科技创新而作出重大贡献。

值此吴文俊院士九十华诞之际，我们谨向吴文俊院士致以崇高的敬意。

丝路精神，光耀千秋！

(作者为中科院数学与系统科学研究院研究员)

## 参考文献

- [1] 吴文俊，我国古代测望之学重差理论评介，兼评数学史研究中某些方法问题。见《科技史文集(8)》，上海科学技术出版社，1982。
- [2] 吴文俊，从《数书九章》看中国传统数学构造性与机械化的特色。见《秦九韶与〈数书九章〉》，北京师范大学出版社，1986。
- [3] 吴文俊，《海岛算经》古证复原。见《〈九章算术〉与刘徽》，北京师范大学出版社，1982。
- [4] 吴文俊，出入相补原理。见《中国古代科技成就》，中国青年出版社，1978。
- [5] Wu Wen-Tsun, Opening Speech of ICM-2002, Proceedings of the ICM-2002, I. 21-22, Higher Education Press, Beijing, 2002.